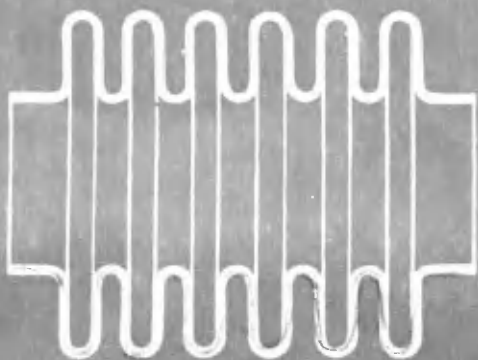




БИБЛИОТЕКА ПРИBOROСТРОИТЕЛЯ



**СИЛЬФОНЫ**



БИБЛИОТЕКА ПРИБОРОСТРОИТЕЛЯ



# СИЛЬФОНЫ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Под ред. Л. Е. Андреевой

Москва «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1975

Авторы книги:

Андреева Л. Е., Беседа А. И., Богданова Ю. А.,  
Горячева Л. Н., Зверьков Г. Е., Петровский В. В.

Рецензент канд. техн. наук *С. В. Бояршинов*

С36      **Сильфоны. Расчет и проектирование.** Под ред.  
Л. Е. Андреевой. М., «Машиностроение», 1975.

156 с. с ил.

На обороте тит. л. авт.: Л. Е. Андреева, А. И. Беседа,  
Ю. А. Богданова и др.

В книге изложены инженерные методы расчета жесткости, статической и циклической прочности и надежности металлических сильфонов. Приведены результаты исследования жесткости и напряженного состояния бесшовных сильфонов. Рассмотрены эффективная площадь, ее свойства и поведение сильфона в условиях силовой компенсации. В книге приведены удобные в инженерной практике номограммы для расчета и проектирования как бесшовных, так и сварных сильфонов.

Книга предназначена для инженеров, занимающихся расчетами, проектированием и применением сильфонов.

С  $\frac{31305-298}{038(01)-75}$  298—75

6П5.3

Металлические сильфоны находят широкое применение в промышленности при решении разнообразных технических задач. Они используются в качестве упругих чувствительных элементов в приборах различного назначения, выполняют функции компенсаторов тепловых расширений трубопроводов, разделителей сред, герметичных уплотнителей и др.

Ежегодный объем производства сильфонов исчисляется миллионами штук.

Сильфоны являются весьма ответственными элементами приборов; срок службы и надежность сильфонов, как правило, определяют срок службы и надежность работы приборов и изделий в целом. Этим объясняется то внимание, которое уделяется в настоящее время вопросам расчета и проектирования сильфонов.

Доступная конструктору литература [9, 53, 17], посвященная расчету сильфонов, немногочисленна, а изложенные в ней методы являются весьма приближенными и не охватывают всего круга задач, связанных с проектированием сильфонов.

Внедрение в расчетную практику ЭВМ открыло новые пути перед исследователями: появилась возможность отказаться от различных упрощений и точно решить задачу об определении прогибов и напряжений в сильфоне, а также другие задачи, выдвинутые приборостроением за последние годы.

В предлагаемой книге впервые дается точное численное решение нелинейной задачи о прогибах, напряжениях и эффективной площади сильфонов. Исследуется поведение сильфонов в условиях силовой компенсации, принцип которой широко используется для создания приборов высоких классов точности. Приводятся удобные в инженерной практике номограммы для расчета и проектирования как бесшовных, так и сварных сильфонов. Излагаются методы определения циклической прочности и надежности сильфонов.

Эти материалы появились в результате работы авторов, проводимой ими в течение ряда лет, и проверены на практике.

Главы I—III написаны Петровским В. В. и Андреевой Л. Е. в соавторстве с Горячевой Л. Н. (II, III главы). Глава IV написана Андреевой Л. Е. и Богдановой Ю. А. Автор V главы является Зверьков Г. Е.; автором VI главы — Беседа А. И., кроме того, они же участвовали в написании п. I.

Общее редактирование книги выполнено Андреевой Л. Е.

Все замечания по содержанию книги направлять по адресу: Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., д. 3, изд-во «Машиностроение».

## МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЖЕСТКОСТИ И НАПРЯЖЕНИЙ В БЕСШОВНЫХ СИЛЬФОНАХ

### 1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА СИЛЬФОНОВ

Сильфоны представляют собой осесимметричную трубчатую гофрированную оболочку (рис. 1). Благодаря особенностям геометрической формы, сильфоны способны совершать значительные перемещения под действием давления, осевой или поперечной силы и изгибающего момента. Эти свойства обеспечивают сильфонам широкое распространение в разных областях техники. Конструктивное выполнение сильфонов может быть различным. Однако наиболее широко применяются бесшовные сильфоны, изготовленные из однослойных тонкостенных трубок (рис. 1, а). Для увеличения прочности, а также для защиты от агрессивных сред применяют многослойные сильфоны. В приборостроении также используют сварные сильфоны, изготовленные из штампованных кольцевых мембран (рис. 1, б).

Сильфоны могут выполнять разнообразные функции. Их применяют в качестве чувствительных элементов приборов (рис. 2, а, б), компенсаторов теплового расширения жидкости в герметических системах (рис. 2, в), упругих выводов осевых и угловых перемещений (рис. 2, г), разделителей сред (рис. 2, д), компенсаторов теплового расширения трубопроводов, элементов гидравлических дистанционных передач и т. д. Методику расчета сильфонов строят в зависимости от их назначения и от предъявляемых к ним технических требований.

Высокие требования в отношении рабочих характеристик предъявляются к измерительным сильфонам, применяемым в качестве чувствительных элементов в манометрических приборах. При этом возможны две основные схемы использования сильфона: 1) сильфон преобразует давление в перемещение (рис. 2, а); 2) — сильфон преобразует давление в усилие. По последней схеме работает, например, сильфон в пневматическом датчике давления, построенном по принципу силовой компенсации (рис. 2, б). В схеме силовой компенсации упругий чувствительный элемент практически не совершает хода, что является одной из причин повышенной точности приборов силовой компенсации по сравнению с теми, у которых чувствительный элемент преобразует давление в перемещение. В чувствительном элементе, работающем в схеме силовой компенсации, возникают меньшие напряжения, чем в элементе, совершающем перемещение. Погрешности, вызываемые несовершенством упругих свойств материала (гистерезис, последействие, температурная погрешность, связанная с изменением модуля упругости), в чувствительных элементах приборов силовой компенсации настолько малы, что практически не сказываются на работе приборов. Все это увеличивает надежность и точность приборов, построенных по

схеме силовой компенсации, чем объясняется их сравнительно широкое распространение в измерительной технике.

Сильфоны, применяемые в качестве чувствительных элементов, независимо от схемы прибора, должны обладать определенной и постоянной, обычно достаточно малой жесткостью.

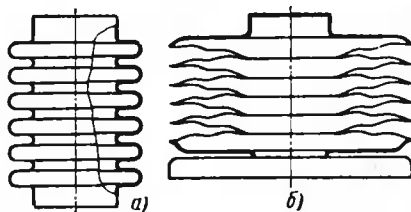


Рис. 1. Сильфоны:  
а — бесшовный; б — сварной

Измерительный сильфон должен работать при упругих деформациях, поэтому напряжения, возникающие в сильфоне под нагрузкой, не должны превышать предела упругости материала. Соответственно, основной целью расчета измерительного сильфона является определение его жесткости и рабочих напряжений. Инженерный метод расчета этих параметров изложен в п. 7.

При выборе измерительного сильфона во многих случаях необходимо знать, как изменяется ход сильфона в зависимости от нагрузки. Эта зависимость называется упругой характеристикой. До недавнего времени считали, что характеристика сильфона линейна. Повышение требований к точности измерительных приборов заставило отказаться от такой точки зрения. В действительности характеристика любого сильфона в большей или меньшей степени нелинейна. Это связано с изменением геометрии сильфона в процессе нагружения (так называемая «геометрическая нелинейность»). Нелинейность в наибольшей степени проявляется в зависимости между перемещением сильфона и величиной нагрузки и достигает наибольшей величины, когда сильфон совершает свободный ход. С увеличением перемещения нелинейность упругой характеристики возрастает и, как показывают эксперимент и расчет, может достигать в некоторых случаях 20—30%.

Если в технических требованиях дан допуск на нелинейность характеристики измерительного сильфона, расчет следует проводить с учетом нелинейности. Такой расчет, построенный на основе нелинейной теории тонких оболочек, дан в п. 3. Некоторые результаты, касающиеся вопросов нелинейности, изложены в п. 8.

Во многих случаях применения сильфонов важно знать величину его эффективной площади  $F_{эф}$ , которая характеризует способность сильфона преобразовывать давление в силу. Особенно полная информация о свойствах эффективной площади требуется тогда, когда сильфон используется в качестве чувствительного элемента прибора высокого класса точности, построенного по принципу силовой компенсации. Широко распространено мнение о том, что эффективная площадь сильфона постоянна. Однако вследствие геометрической нелинейности эффективная площадь сильфона с изменением давления изменяется. Это обстоятельство является одной из причин погрешности приборов силовой компенсации. Для оценки последней необходимо знать не только начальное значение  $F_{эф0}$ , но и ее изменение в зависимости от давления. Эту задачу можно решить также только на основе нелинейной теории.

Геометрическая нелинейность сильфона в условиях силовой компенсации проявляется в меньшей степени, чем в условиях свободного хода, но все же изменение эффективной площади может достигать нескольких процентов. Подробное исследование эффективной

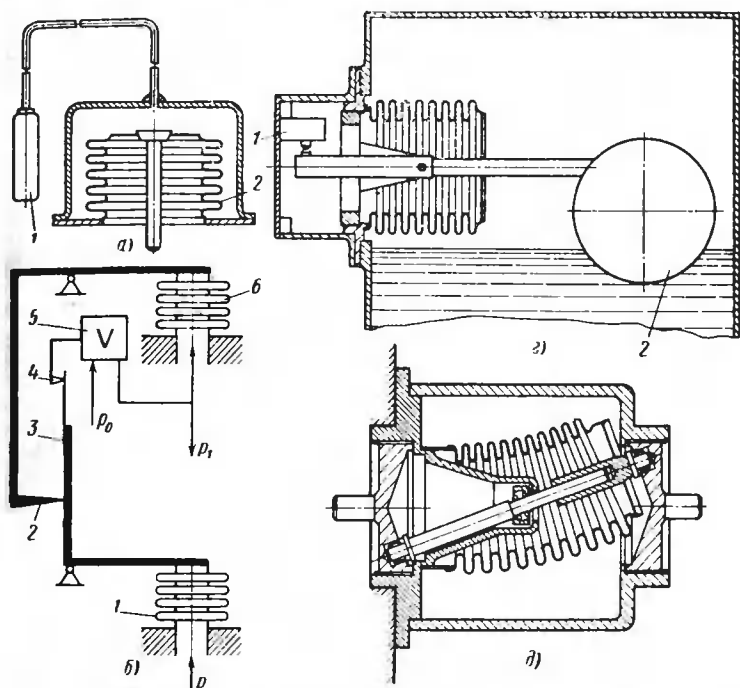


Рис. 2. Применение сильфонов:

а — манометрический паро-жидкостный термометр (1 — термобаллон; 2 — сильфон); б — пневматический датчик давления (1 — чувствительный элемент; 2 и 3 — рычаги передаточного механизма; 4 — индикатор рассогласования (сопло-заслонка); 5 — пневмореле; 6 — сильфон обратной связи;  $p_0$  — давление питания;  $p$  — измеряемое давление;

$p_1$  — выходной сигнал); в — компенсатор теплового расширения жидкости в поплавковом гироскопическом приборе; г — поплавковый сигнализатор уровня жидкости (1 — микровыключатель; 2 — поплавок); д — сильфон-разделитель в вакуумплотной муфте

площади сильфона в условиях силовой компенсации с учетом нелинейности дано в пп. 9 и 12.

Если достаточно гибкий сильфон нагружен внутренним давлением, а перемещение его дна ограничено упором, то сильфон может потерять устойчивость и изогнуться. В этом случае необходимо оп-

ределить критическое давление, при котором происходит потеря устойчивости первоначальной формы (п. 11).

При работе сильфона в условиях переменных нагрузок при достаточно высоких напряжениях может произойти его усталостное разрушение. Поэтому в технических требованиях обычно указывают величину циклической прочности. Несмотря на важность этого вопроса, сильфоны практически не рассчитывают на циклическую прочность из-за отсутствия достаточно надежных методов расчета. В гл. V впервые дана методика расчета сильфона на циклическую прочность для общего случая асимметричного цикла нагружения.

Сильфоны часто используют в приборах и других изделиях, к которым предъявляются высокие требования надежности. Эта тема по отношению к сильфонам почти не освещена в литературе. Гл. VI книги частично восполняет имеющийся пробел.

Во многих случаях сильфоны работают в условиях вибрации (в авиации, судостроении и др.). В связи с этим возникает необходимость рассчитывать амплитудно-частотные характеристики сильфонов. Методика таких расчетов изложена в гл. V, п. 20.

Если к сильфону не предъявляются высокие требования в отношении точности, как например, к измерительному сильфону, а он используется в качестве упругого вывода, разделителя, температурного компенсатора и т. д., то, как правило, основной целью расчета является определение осевой или изгибной жесткости (п. 10), эффективной площади или коэффициента запаса. Вопросы, связанные с нелинейностью характеристики сильфона, в этих случаях обычно не рассматриваются. В то же время требования высокой циклической прочности и надежности для большинства случаев применения сильфонов сохраняют свою силу.

Сварные сильфоны, обладая некоторыми специфическими свойствами, могут выполнять те же функции, что и бесшовные сильфоны, поэтому и задачи их расчета остаются теми же. Различие в геометрической форме этих двух видов сильфонов предопределяет некоторое отличие в методике расчета; сварным сильфонам посвящена гл. IV книги.

## 2. ОБЗОР МЕТОДОВ РАСЧЕТА

Сильфоны как чувствительные элементы применяют в приборостроении с начала текущего столетия. На протяжении многих лет определение свойств сильфонов, их характеристик осуществляли, исключительно, экспериментально.

Достаточно обоснованные исследования, посвященные расчету сильфонов, появились только в начале сороковых годов. Это объясняется рядом трудностей, с которыми пришлось встретиться при выборе доступной для теоретического анализа расчетной схемы, хорошо отражающей реальный сильфон.

Плодотворным оказался энергетический подход к расчету сильфонов. Впервые его использовал В. И. Феодосьев [53]. Решение получено методом Ритца. Оно позволило определять чувствительность сильфонов с учетом особенностей геометрии гофра в предположении, что толщина стенки обратно пропорциональна расстоянию от оси (что характерно для гидроформованного сильфона). Контур меридионального сечения считался состоящим из прямых, сопряженных дугами одинакового радиуса. Для определения перемеще-

ния дна сильфона, нагруженного осевой силой, имеется простая формула [53]. Расчет дает результаты, хорошо совпадающие с экспериментом. Это обстоятельство послужило причиной популярности метода расчета, предложенного В. И. Феодосьевым. Его формула приводится в справочной и специальной литературе по приборостроению, где освещаются вопросы расчета упругих элементов. Однако первое приближение по методу Ритца не давало столь хороших результатов при определении напряжений, и вопрос расчета напряжений в сильфоне долгое время оставался открытым.

Позже энергетическим методом пользовались, например, Н. А. Алфутов [4], Л. Е. Андреева и Л. Н. Горячева [9], А. Н. Волков [20], В. Б. Жуков [27], А. Лаупа и Н. А. Вейл [35], Мияири и др. [76], Такеда [81], Тернер и Форд [84].

В работе [4] приняты те же допущения, что и в работе [53], но рассматривается нагружение сильфона давлением.

Расчет жесткости и напряжений в сильфоне, нагруженном осевой силой и давлением, выполнен в работе [9]. Повышение точности достигнуто за счет увеличения числа варьируемых параметров.

В ряде случаев при приближенном определении жесткости вводилось допущение, что энергия деформации зависит только от меридионального изгиба гофра («балочная» теория) [20, 27, 81].

Энергетическим методом решалась задача о нагружении давлением и силой сильфона при неодинаковых радиусах торových участков [35, 76]. Рассмотрено влияние торových участков на жесткость сильфона и исследовано напряженно-деформированное состояние гофров [84].

Самой простой и распространенной в ранних работах была расчетная схема, в которой сильфон рассматривается как ряд кольцевых пластин, последовательно скрепленных по наружным и внутренним контурам жесткими цилиндрами. Впервые она изучалась С. Н. Соколовым<sup>1</sup>, Н. Н. Бабаев<sup>2</sup> и В. И. Королев [34] рассмотрели эту схему подробно. К ней обращались Л. Е. Андреева [12], А. Н. Волчков [22], В. Б. Жуков [27], Харингс [73], Сальцман<sup>3</sup>, Такеда [81] и др. Полученные на основе такой схемы расчетные формулы просты, однако их применение возможно только при проведении весьма приближенных расчетов. Расчетная схема, принятая в работе [35], наиболее приемлема для определения жесткости или хода сильфонов, изготовленных из круглых кольцевых пластин постоянной толщины. Но даже в этом случае жесткость оказывается завышенной вследствие упрощений краевых условий. В отдельных работах используется расчетная схема, аналогичная принятой в работе [35], но с учетом податливости соединительных цилиндров (Харингс, Сальцман) или при переменной толщине [22].

Другой простой, но заведомо весьма неточный подход к задаче определения жесткости сильфонов состоит в приравнивании жесткостей сильфона и гофрированной полосы того же профиля<sup>4</sup> [20, 81].

<sup>1</sup> Ручимский М. И. Экспериментальное исследование компенсирующей способности линзовых компенсаторов (трубопроводов). Труды ВНИИ по строительству объектов нефтяной и газовой промышленности, 1951, вып. 6, с. 47—60.

<sup>2</sup> Бабаев Н. Н. О расчете гофрированных мембран регуляторов давления паровых турбин. Инж. сборник института механики АН СССР, 1913, 2, вып. 1, с. 24—39.

<sup>3</sup> Salzmann F., Über die nachgiebigkeit von well rohrrexpansionen. Schweizerische Bauzeitung, 1916, 127, N II, S. 127—130.

<sup>4</sup> Заплетохин В. А. К расчету осевой жесткости однослойных формованных сильфонов. Известия ВУЗов. Приборостроение, 1968, № 4, с. 109—113.

Иногда авторы обращаются к простым эмпирическим соотношениям [42, 66].

Привлечение теории тонких упругих оболочек к расчету сильфонов имело целью дать более строгое и точное решение задачи, по возможности, свободное от упрощений геометрического и краевого характера. Первая работа в этом направлении выполнена Феодосьевым В. И. [51]. Решение построено на основе сопряжения конической и тороидалных оболочек, уравнения которых получены из общих уравнений Мейсснера. Радиусы торовых участков приняты одинаковыми. Впервые было произведено исследование напряженного состояния в разных точках меридионального сечения сильфона. Однако, несмотря на принятые упрощения, решение отличается большой сложностью. Неблагоприятное соотношение между трудностью получения решения и недостаточной, в силу принимаемых упрощений, точностью его сдерживало более глубокое изучение сильфонов на основе теории тонких оболочек. Поэтому исследователи обращались к расчетным схемам, включающим уже тщательно исследованные тонкостенные элементы. Так, расчетная схема, составленная из торовых участков и кольцевой пластины, рассматривалась А. Н. Дьяченко [26], Лаупа и Вейлом [35], Е. А. Палатниковым<sup>1</sup>, Грубичем [64], Хамадой и Такедзоно [71], Хамплем [72], Мияири и др. [76], Сальцманом (см. ссылку на стр. 9), Такедой [81], Тернером [85]. В этих работах составляющие элементы гофра рассматриваются раздельно, а затем состыковываются. При анализе торовых участков, как правило, авторы обращаются к теории тонкостенных оболочек. Решение для тороидалных участков гофра в степенных рядах применимо, когда оболочка достаточно толстостенна. В противном случае большая точность достигается при асимптотическом методе решения<sup>2</sup>.

Значительное количество работ посвящено расчету сильфонов, у которых гофры состоят из сопряженных тороидалных участков или, при небольшой глубине, очерчены по некоторой периодической кривой. Такие сильфоны исследовались Л. С. Вальшонком [18], Л. Д. Луганцевым<sup>3</sup>, Кларком [62], Ота, Хамадой и Фурукавой [78], Тернером и Фордом [84], Тернером [85] и многими другими авторами.

Почти во всех работах по расчету сильфонов, толщина стенки гофра принята постоянной, либо меняющейся ступенчато от кольцевого (конусного) участка к торовым, Н. А. Алфутов [4], В. И. Феодосьев [53], В. Б. Жуков [27] принимали гиперболическое изменение толщины стенки гофра вдоль радиуса

$$h = h_0 \frac{R_B}{r},$$

где  $r$  и  $R_B$  — текущий и внутренний радиусы сильфона;

$h$  и  $h_0$  — толщина стенки на текущем и на внутреннем радиусе.

<sup>1</sup> Палатников Е. А. Расчет осевых компенсаторов, вводимых в трубопроводы. Оборонизд, М., 1957, 96 с.

<sup>2</sup> Расчет компенсаторов с U-образными гофрами. Обсуждение статьи А. Лаупа и Н. А. Вейл «Расчет компенсаторов с U-образными гофрами». Прикладная механика, 1963, № 30, № 1, с. 181—186.

<sup>3</sup> Луганцев Л. Д. Решение задачи для тороидалной оболочки применительно к расчету компенсаторов сильфонного типа. Расчеты на прочность. Машгиз, М., 1971, № 15, с. 167—187.

Э. Л. Аксельрад [3] на основе предположения, что при гидроформовании гофров пластическая деформация в меридиональном направлении протекает также беспрепятственно, как и изменение толщины, ввел более общую связь

$$h = h_0 \left( \frac{R_b}{r} \right)^{\nu}.$$

Этим соотношением пользовался Н. М. Савкин [44, 45].

В. А. Сухарев [50] предложил аппроксимировать изменение толщины полиномом, степень которого подбирается по заданным значениям толщины в отдельных точках меридиана в соответствии с числом интерполяционных узлов. Л. Е. Андреева и Л. Н. Горячева [9] приняли функцию толщины в виде тригонометрического ряда.

Исследование характера изменения толщины вдоль профиля сильфона в зависимости от способа его изготовления приведено в п. 4.

Введение в расчетную практику ЭВМ позволило отказаться от многих упрощений при выборе расчетной схемы, а также сформулировать и решить ряд новых задач.

Принципы численного решения пластин и оболочек конечно-разностным методом указаны Арчером [60], Сепетоски и др. [46] и развиты Хамадой и Моритой [68].

Численное решение сильфона выполнено в работах В. Н. Булгакова [16], Лаупа и Вейл [35], В. М. Миткевича и А. К. Шулики [37], В. А. Сухарева [50], Грубича [64], Хамады и др. [46, 70], Хампла [72]. Исходная система уравнений обычно принимается общей для тороидальных и конических участков (кольцевых пластин), а толщина стенки — постоянной или изменяющейся по гиперболическому закону [16, 50].

В работах [16, 37] рассмотрен вопрос о краевом эффекте в сильфоне.

Во всех упомянутых работах расчет сильфонов дается в линейной постановке. Такой расчет может характеризовать с той или иной точностью (в зависимости от выбранной расчетной схемы) поведение сильфонов в начале нагружения, когда изменение формы срединной поверхности невелико. С увеличением нагрузки первоначальная форма сильфона существенно изменяется, что вызывает перераспределение внутренних усилий в сильфоне и приводит к нелинейной зависимости между нагрузкой, напряжениями и перемещениями.

Впервые расчет сильфона в нелинейной постановке выполнен Н. Н. Бабаевым (см. ссылку на стр. 9). Им принята весьма упрощенная расчетная схема: сильфон рассматривается как ряд круглых кольцевых пластин постоянной толщины, жестко защемленных по контурам; получены решения в двух приближениях. Э. Л. Аксельрад [3] указал на возможность исследования сильфонов при конечных перемещениях на основе полученных им нелинейных уравнений теории тонких оболочек, аналогичных уравнениям, приведенным в работе [79]. Решение [3] проводится в тригонометрических рядах для произвольной формы полуволны гофра сильфона, нелинейность учитывается путем разложений по степеням параметров изменения кривизны и нагрузки. При оценке нелинейности сильфонов по ходу и по напряжениям указано, что она может составлять десятки процентов. Развитие идей Э. Л. Аксельрада осуществ-

влено в работах Н. М. Савкина [44, 45], касающихся в основном линейных задач.

На основе системы уравнений [79] численное нелинейное решение сифонов выполнялось Хамадой и др. [70], Шиндо [80], а также авторами настоящей книги [7, 11].

В работе [7] задача о расчете сифонов в нелинейной постановке решена на основе метода Ньютона. В работе [11] показано, что численное решение нелинейных задач расчета сифонов может быть выполнено приближенно на основе метода последовательных нагружений.

### 3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СИЛЬФОНОВ

Сильфон представляет собой гофрированную оболочку вращения с толщиной стенки, переменной вдоль меридиана. Основная особенность сиффона состоит в том, что под нагрузкой он может получать значительные перемещения. При больших перемещениях существенно искажается геометрическая форма сиффона, и его характеристики по нагрузке становятся нелинейными. Решение задачи об определении напряжений, перемещений, эффективной площади сиффона с учетом геометрической нелинейности может быть выполнено на основе нелинейных уравнений Е. Рейсснера [79] для тонкостенной оболочки вращения переменной толщины при осесимметричной деформации. Уравнения Е. Рейсснера имеют вид \*

$$\left. \begin{aligned} \beta'' + \frac{(r_0 D)'}{r_0 D} \beta' - \left[ \left( \frac{r_0'}{r_0} \right)^2 - \mu \frac{(r_0' D)'}{r_0 D} \right] \beta - \left[ \left( \frac{3}{2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \mu \frac{r_0' z_0'}{r_0^2} - \frac{\mu}{2} \frac{(z_0' D)'}{r_0 D} \right] \beta^2 + \frac{z_0'}{r_0} \beta \beta' = \right. \\ = - \frac{\psi \sin \theta_0 - (r_0 V) \cos \theta_0 - \beta [\psi \cos \theta_0 + (r_0 V) \sin \theta_0]}{r_0 D}; \\ \psi'' + \frac{\left( \frac{r_0}{C} \right)'}{\left( \frac{r_0}{C} \right)} \psi' - \left[ \left( \frac{r_0'}{r_0} \right)^2 + \mu \frac{\left( \frac{r_0'}{C} \right)''}{\left( \frac{r_0}{C} \right)} \right] \psi - \\ - \left[ \left( 2 - \mu \right) \frac{r_0' z_0'}{r_0^2} + \mu \frac{(z_0'/C)'}{(r_0/C)} \right] \beta \psi - \mu \frac{z_0'}{r_0} \beta' \psi = \\ = \frac{C}{r_0} \left( \beta \sin \theta_0 - \frac{1}{2} \beta^2 \cos \theta_0 \right) + \left[ \frac{r_0' z_0'}{r_0^2} + \right. \\ \left. + \mu \frac{(z_0'/C)'}{(r_0/C)} \right] (r_0 V) + \mu \frac{z_0'}{r_0} (r_0 V)' + \left[ \frac{(z_0')^2 - (r_0')^2}{r_0^2} - \right. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

\* В уравнениях (1) исправлена неточность, допущенная в работе [79], где ошибочно принято  $r' = r_0$ .

$$-\mu \frac{(r_0'/C)'}{(r_0/C)} \left[ \beta (r_0 V) - \mu \frac{r_0'}{r_0} \beta' (r_0 V) - \mu \frac{r_0'}{r_0} \beta (r_0 V)' - \right. \\ \left. - \frac{(r_0^2 p_H)'}{r_0} - \left[ \mu \left( \frac{r_0'}{r_0^2} + \beta \frac{z_0'}{r_0^2} \right) + \beta \frac{z_0'}{r_0^2} \right] - \frac{C'}{r_0 C} \right] (r_0^2 p_H).$$

Здесь приняты следующие обозначения (см. рис. 3):

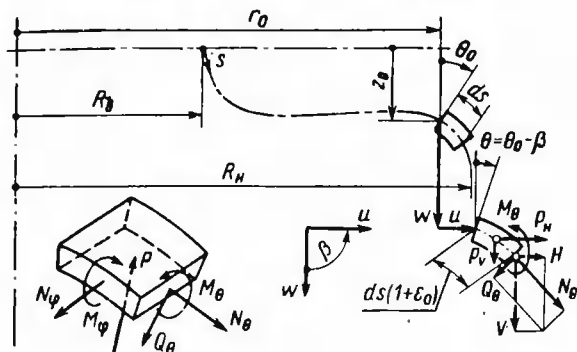


Рис. 3. Элемент сильфона до и после деформации

$\beta = \theta_0 - \theta$  — угол поворота касательной к меридиану срединной поверхности;

$\theta$  — угол наклона меридиана;

$\psi = rH$  — функция горизонтального усилия  $H$ ;

$V$  — вертикальное усилие;

$r, z$  — горизонтальная и вертикальная координаты точки срединной поверхности;

$p_H, p_V$  — интенсивности горизонтальной и вертикальной составляющих поверхностной нагрузки;

$C = Eh$  — жесткость оболочки на растяжение;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  — жесткость на изгиб;

$h$  — толщина оболочки;

$E$  — модуль упругости;

$\mu$  — коэффициент Пуассона;

$$(\ )' = \frac{d}{ds_0} (\ );$$

$s$  — дуга (независимая переменная).

Величины, относящиеся к недеформированному состоянию оболочки, отмечены индексом «0».

Расчетная схема сильфона принята в виде оболочки вращения, несмотря на то, что в силу разностенности трубки — заготовки, а также допусков на технологические операции и на инструмент, толщина стенки сильфона, и форма гофров обычно не постоянны

в окружающем направлении. Этими отклонениями от правильной формы вращения приходится пренебрегать, хотя бы потому, что они не контролируются в готовом сильфоне и практически их невозможно учесть при расчете.

При выводе уравнений Е. Рейсснера приняты обычные гипотезы технической теории тонких оболочек (в том числе предположение о малости толщины по сравнению с главными радиусами кривизны оболочки), а также гипотезы об однородности и изотропности материала. Принятием этих гипотез также вносится определенная погрешность в расчет, так как глубокая вытяжка трубок-заготовок и последующие операции пластического деформирования при изготовлении сильфона приводят к некоторой анизотропности и неоднородности механических свойств материала.

Предполагая, что все гофры сильфона находятся в одинаковых условиях, будем в дальнейшем при расчете рассматривать лишь одну полуволну гофра сильфона. При этом из рассмотрения исключаются краевые гофры, граничные условия для которых несколько отличаются от таковых для промежуточных гофров.

Приведем уравнения (1) к безразмерной форме. Для этого введем следующие безразмерные параметры:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r_0'}{r_0} = c; \quad \frac{z_0'}{r_0} = g; \quad \frac{h'}{h} = d; \quad \frac{h}{R_H} = \bar{h}; \quad \frac{r}{R_H} = \rho; \\ \pi \frac{s}{S} = \bar{s}; \quad \frac{S}{\pi R_H} = \bar{b}; \quad K = 12(1 - \mu^2). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Введем также функцию безразмерного напряжения  $\Psi$ :

$$\Psi = \frac{H\rho}{ER_H} K$$

и безразмерные сосредоточенную  $\bar{Q}$  и распределенную  $\bar{p}$  нагрузки

$$\bar{Q} = \frac{Q}{2\pi R_H^2 E}, \quad \bar{p} = \frac{p\rho^2}{2E},$$

где  $Q$  — осевая сила;

$p$  — интенсивность распределенной нагрузки (равномерное давление);

$R_H$  — наружный радиус сильфона;

$s, S$  — длины дуг, текущая и полуволны гофра

$$(\quad)' = \frac{d}{ds} (\quad);$$

Учитывая, что (рис. 3):

$$p_H = p \sin \theta;$$

$$p_V = -p \cos \theta,$$

и используя разложение тригонометрических функций в ряды, представим систему (1) в виде

$$\left. \begin{aligned} L(\beta) &= [1_1 \beta^2 + J_1 \beta \Psi + g \beta \beta' - J_2 \Psi + K J_2 (\bar{Q} + \bar{p}) \beta + \\ &\quad + K J_1 (\bar{Q} + \bar{p})]; \\ L(\Psi) &= [1_2 \beta \Psi + \mu g \beta' \Psi - \frac{1}{2} K J_3 \beta^2 + K [1_3 (\bar{Q} + \bar{p}) \beta - \\ &\quad - \mu K c (\bar{Q} + \bar{p}) \beta' - 2 \mu K J_4 \bar{p} \beta + K J_5 \beta + K [1_4 (\bar{Q} + \bar{p}) - \\ &\quad - 2 K J_6 \bar{p} + 2 K c \bar{p} \beta', \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} L\left(\frac{\beta}{\Psi}\right) &= \left(\frac{\beta}{\Psi}\right)' + \left[c + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} d\right] \left(\frac{\beta}{\Psi}\right)' - \left\{c^2 + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu \left[c' + c^2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} cd\right]\right\} \\ [1_1] &= \left(\frac{3}{2} - \mu\right) cg - \frac{\mu}{2} (cg + g' + 3gd); \\ [1_2] &= (2 - \mu) cg + \mu (cg + g' - gd); \\ [1_3] &= c^2 + g^2 - \mu (c^2 + c' - cd); \\ [1_4] &= cg + \mu (cg + g' - gd); \\ J_1 &= \frac{\bar{b}}{\bar{h}^3} c; \quad J_2 = \frac{\bar{b}}{\bar{h}^3} g; \quad J_3 = \bar{b} \bar{h} c; \quad J_4 = c^2 + \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) g^2 + \\ &\quad + \frac{cd - c' - c^2 (3 + \mu)}{\mu}; \quad J_5 = \bar{b} \bar{h} g; \\ J_6 &= 3cg + g' - gd. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим решение системы уравнений (1) на основе метода Ньютона, применяемого к решению различных нелинейных задач.<sup>1</sup>

Представим решение системы (3)  $x = \begin{pmatrix} \beta \\ \Psi \end{pmatrix}$  в виде двух слагаемых

$$x = \overset{\circ}{x} + \tilde{x}. \quad (5)$$

первое из которых считается известным и представляет найденную каким-либо способом главную часть решения, а второе — есть искомая малая поправка. Ввиду малости последней ее можно приближенно найти из линеаризованного уравнения. С помощью первой поправки главная часть решения уточняется и процедура вычисления повторяется до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность решения. Таким образом метод Ньютона сводит решение нелинейной задачи к ряду линейных.

<sup>1</sup> Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластинки. 1969. Изд. Московского университета, 695 с.

Итак, подставим выражение (5), следуя М. С. Корпину как в нелинейные, так и в линейные части уравнения (3):

$$\left. \begin{aligned} L(\beta) - \{2[J_1 \beta + J_1 \dot{\Psi} + KJ_2 (\bar{Q} + \bar{p})] \dot{\beta} + (J_2 - J_1 \dot{\beta}) \ddot{\Psi} = \Delta_1; \\ L(\ddot{\Psi}) - \{[J_2 \dot{\beta} + \mu g \dot{\beta}'] \ddot{\Psi} + [g \ddot{\Psi} - Kc (\bar{Q} + \bar{p}) + \\ + \frac{2}{\mu} Kc \bar{p}] \dot{\beta}' - \{[J_2 \ddot{\Psi} + K[J_3 (\bar{Q} + \bar{p}) - K(J_3 \dot{\beta} + 2\mu J_4 \bar{p} - \\ - J_5)] \ddot{\beta} = \Delta_2, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= [J_1 \dot{\beta}^2 + J_1 \dot{\beta} \ddot{\Psi} - J_2 \ddot{\Psi} - g \dot{\beta} \dot{\beta}' + KJ_2 (\bar{Q} + \bar{p}) \dot{\beta} + KJ_1 (\bar{Q} + \bar{p}) - L(\dot{\beta})]; \\ \Delta_2 &= [J_2 \dot{\beta} \ddot{\Psi} - \frac{1}{2} KJ_3 \dot{\beta}^2 + \mu \left[ g \ddot{\Psi} + \frac{2}{\mu} Kc \bar{p} - Kc (\bar{Q} + \bar{p}) \right] \dot{\beta}' + \\ &+ K \{ [J_3 (\bar{Q} + \bar{p}) - 2\mu J_4 \bar{p} + J_5] \dot{\beta} + K [J_4 (\bar{Q} + \bar{p}) - 2KJ_6 \bar{p} - L(\ddot{\Psi})] \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия задачи сформулируем на основании предположения, что все полуволны гофров сильфона находятся в одинаковых условиях. Это означает, что функции  $\beta$  и  $\Psi$  симметричны относительно экстремальных сечений  $s=0$  и  $s=\pi$ , и в этих сечениях равны нулю

$$x\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) = x\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) + \tilde{x}\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) = 0,$$

или

$$\tilde{x}\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) = -x\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right); \quad (8)$$

Считая функцию  $\tilde{x}$  известной на всем промежутке  $0 \leq \bar{s} \leq \pi$ , в результате решения системы (6) с учетом условий (8) найдем первую поправку  $\tilde{x}^{(1)}$  и, согласно уравнению (5), получим первое уточненное значение искомой функции

$$x^{(1)} = x + \tilde{x}^{(1)}.$$

Принимая за  $\tilde{x}$  результат первого приближения, получим второе приближение. Повторяя таким образом вычисление поправок необходимое число раз, получим решение с заданной точностью.

Способ выделения главной части решения  $x$  должен строиться так, чтобы обеспечивалось условие малости поправок.

Потребуем, чтобы граничным условиям (8) удовлетворяли как главные части решения, так и поправки.

$$\tilde{x}\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) = x\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right) = 0. \quad (9)$$

В качестве параметра системы примем параметр нагрузки. Будем считать, что в произвольной стадии нагружения безразмерные нагрузки определяются выражениями

$$\bar{p}_l = \Delta \bar{p} l, \quad \bar{Q}_m = \Delta \bar{Q} m;$$

где  $\Delta \bar{p}$  и  $\Delta \bar{Q}$  — приращения безразмерных распределенной и сосредоточенной нагрузок

$$\Delta \bar{p} = \frac{p_{\max} \rho^2}{2EL}, \quad \Delta \bar{Q} = \frac{Q_{\max}}{2\pi R_H^2 EM};$$

здесь  $L, M$  — наибольшие значения параметров  $l$  и  $m$ ;  $p_{\max}, Q_{\max}$  — наибольшие величины распределенной и сосредоточенной нагрузок.

Для равномерного шага изменения параметров  $l$  и  $m$  положим

$$l = 1, 2, \dots, L; \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

Главные части решения при  $l=m=q=1$  (первый этап нагружения), следуя работе [13], найдем, исходя из решения линейной задачи; при  $q > 1$  воспользуемся экстраполяцией решений, найденных для предыдущих значений параметра  $q$ :

$$x_{q+1}^{(0)} = 3x_q - y_{q-1} - x_q^{(0)},$$

где  $x_q^{(0)}, x_{q+1}^{(0)}$  — главные части решения на этапах  $q$  и  $(q+1)$ ;  $x_{q-1}, x_q$  — корни системы на этапах  $(q-1)$  и  $q$ .

В работе [33] показано, что если за главную часть решения принять результат экстраполяции корней системы на двух предыдущих этапах нагружения, то достаточная для практических целей точность корня на данном этапе нагружения достигается уже на первых шагах последовательного приближения.

Для численного решения линейной системы дифференциальных уравнений (6) обратимся к методу сеток. Перейдем к уравнениям в конечных разностях путем замены дифференциальных операций их приближенными выражениями через разностные соотношения и значения функций в узлах сетки.

Особенность напряженно-деформированного состояния гофров сильфона состоит в том, что функция  $x$  изменяется в областях торцовых участков наиболее интенсивно. Поэтому величина принимаемого шага должна обеспечивать приемлемую точность счета в этих областях.

Применим трехточечную аппроксимацию производных выражениями симметричной структуры:

$$(\quad)'_i = \frac{(\quad)_{i+1} - (\quad)_{i-1}}{2(\Delta s)}; \quad (\quad)''_i = \frac{(\quad)_{i+1} - 2(\quad)_i + (\quad)_{i-1}}{(\Delta s)^2}.$$

Для крайних точек используем формулы численного дифференцирования несимметричной (односторонней) структуры.

Уравнения системы (6) в конечно-разностной форме для любой внутренней точки интервала интегрирования имеют вид

$$\begin{aligned}
 L_1(\tilde{\beta})_i &= \{2[l_{1i}\tilde{\beta}_i + J_{1i}\tilde{\Psi}_i + KJ_{2i}(\bar{Q}_m + \bar{p}_{li})]\tilde{\beta}_i + (J_{2i} - J_{1i}\tilde{\beta}_i)\tilde{\Psi} = \Delta_{1i}; \\
 L_2(\tilde{\Psi})_i &= \left\{ [l_{2i}\tilde{\beta}_i + \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)\mu g_i(\tilde{\beta}_{i+1} - \tilde{\beta}_{i-1})]\tilde{\Psi}_i + \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)\mu \left[ g_i\tilde{\Psi}_i - Kc_i(\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) + \right. \\
 &\quad + \frac{2}{\mu}Kc_i\bar{p}_{li} ]\tilde{\beta}_{i-1} - \{ [l_{2i}\tilde{\Psi}_i + K[l_{3i}(\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) - \\
 &\quad - K(J_{3i}\tilde{\beta}_i + 2\mu J_{4i}\bar{p}_{li} - J_{5i})]\tilde{\beta}_i - \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)\mu \times \\
 &\quad \times \left[ g_i\tilde{\Psi}_i - Kc_i(\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) + \frac{2}{\mu}Kc_i\bar{p}_{li} \right]\tilde{\beta}_{i+1} = \Delta_{2i}, \left. \right\} \quad (10)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 L_1(\ )_i &= \alpha_{1i}(\ )_{i-1} - \alpha_{2i}(\ )_i + \alpha_{3i}(\ )_{i+1}; \\
 \alpha_{1i} &= \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)(c_i + 3d_i); \\
 \alpha_{2i} &= 2\left(\frac{N}{\pi}\right)^2 + c_i^2 - \mu(c_i^2 + c_i' + 3c_id_i); \\
 \alpha_{3i} &= \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)(c_i + 3d_i); \\
 L_2(\ )_i &= \gamma_{1i}(\ )_{i-1} - \gamma_{2i}(\ )_i + \gamma_{3i}(\ )_{i+1}; \\
 \gamma_{1i} &= \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)(c_i - d_i); \\
 \gamma_{2i} &= 2\left(\frac{N}{\pi}\right)^2 + c_i^2 + \mu(c_i^2 + c_i' - c_id_i), \\
 \gamma_{3i} &= \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\pi}\right)(c_i - d_i).
 \end{aligned}$$

Значения  $c_i$ ,  $g_i$ ,  $d_i$ ,  $\bar{h}_i$ ;  $[l_{1i} \div l_{4i}]$ ,  $J_{1i} \div J_{6i}$ ;  $\Delta_{1i}$ ,  $\Delta_{2i}$ .

в  $i$ -й точке определяются согласно выражениям (2), (4) и (7), через  $N$  обозначено число участков деления полуволны гофра. Нагрузочные члены для  $i$ -й точки определяются выражениями

$$\bar{p}_{li} = \Delta \bar{p}_i l; \quad \bar{Q}_m = \Delta \bar{Q}_m,$$

где

$$\Delta \bar{p}_i = \frac{\rho_{\max} \rho_i^2}{2EL}, \quad \Delta \bar{Q} = \frac{Q_{\max}}{2\pi R_n^2 EM}, \quad \rho_i = \frac{r_i}{R_n}.$$

Уравнения (10) совместно с граничными условиями (9), представленными в форме

$$\overset{\circ}{x}\left(\overset{0}{N}\right)=\widetilde{x}\left(\overset{0}{N}\right)=0, \quad (11)$$

образуют систему  $2(N+1)$  линейных алгебраических уравнений для нахождения поправок  $\widetilde{x}$  в точках  $i=0, 1, 2, \dots, N$ . Матрица коэффициентов этой системы трехдиагонального типа, а локальные значения функции  $\widetilde{x}$  связаны только с ее величинами в соседних точках. Решение таких систем целесообразно производить методом прогонки, обладающим устойчивым вычислительным алгоритмом.<sup>1</sup>

Представим решение системы (10) в виде

$$\left. \begin{aligned} \widetilde{\beta}_l &= A_{1l} + A_{2l} \widetilde{\beta}_{l+1} + A_{3l} \widetilde{\Psi}_{l+1}; \\ \widetilde{\Psi}_l &= A_{4l} + A_{5l} \widetilde{\Psi}_{l+1} + A_{6l} \widetilde{\beta}_{l+1}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Используя аналогичные выражения для предыдущей точки, исключим из системы (10) члены  $\widetilde{\beta}_{l-1}$  и  $\widetilde{\Psi}_{l-1}$ . Затем решим полученные уравнения относительно  $\widetilde{\beta}_l$  и  $\widetilde{\Psi}_l$  и запишем последние в форме (12). Сопоставление коэффициентов при неизвестных приводит к рекуррентным зависимостям для вычисления коэффициентов выражений (12)

$$\left. \begin{aligned} A_{1l} &= \frac{Y_{1l}(X_{3l} + Y_{5l}) - Y_{3l}(X_{1l} + Y_{4l})}{Z_l}; \\ A_{2l} &= \frac{X_{0l} Y_{3l} + \alpha_{3l} + \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_l \beta_l (Y_{5l} + X_{3l})}{Z_l}; \\ A_{3l} &= -\frac{\gamma_{3l} Y_{3l}}{Z_l}; \quad A_{4l} = \frac{Y_{2l}(X_{1l} + Y_{4l}) - Y_{1l}(X_{2l} + Y_{6l})}{Z_l}; \\ A_{5l} &= \frac{\gamma_{3l} Y_{2l}}{Z_l}; \quad A_{6l} = -\frac{(\alpha_{3l} + \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_l \beta_l)(X_{2l} + Y_{6l}) + X_{0l} Y_{2l}}{Z_l}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} Z_l &= Y_{3l}(X_{2l} + Y_{6l}) - Y_{2l}(X_{3l} + Y_{5l}); \\ X_{0l} &= -\frac{1}{2} \left( \frac{N}{\pi} \right) \mu \left[ g_l \Psi_l - Kc_l (\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\mu} K \bar{p}_{li} (c_l + g_l \beta_l) \right]; \end{aligned}$$

$$X_{1l} = X_{0l} A_{1(i-1)}; \quad X_{2l} = X_{0l} A_{2(i-1)}, \quad X_{3l} = X_{0l} A_{3(i-1)};$$

<sup>1</sup> Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. «Наука», 1971, 552 с.

$$Y_{1i} = \alpha_{1i} - \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_i \beta_i A_{1(i-1)} - \Delta_{1i};$$

$$Y_{2i} = \alpha_{1i} - \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_i \beta_i A_{2(i-1)} - \alpha_{2i} - \left\{ 2 [l_{1i} \beta_i + J_{1i} \Psi_i + \right. \\ \left. + K J_{2i} (\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) - \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_i (\beta_{i+1} - \beta_{i-1}) \right\};$$

$$Y_{3i} = \alpha_{1i} - \frac{1}{2} \frac{N}{\pi} g_i \beta_i A_{3(i-1)} + J_{2i} - J_{1i} \beta_i;$$

$$Y_{4i} = \gamma_{1i} A_{4(i-1)} - \Delta_{2i};$$

$$Y_{5i} = \gamma_{1i} A_{5(i-1)} - \gamma_{2i} - \left\{ [l_{2i} \beta_i + \frac{1}{2} \left( \frac{N}{\pi} \right) \mu g_i (\beta_{i+1} - \beta_{i-1}) \right\};$$

$$Y_{6i} = \gamma_{1i} A_{6(i-1)} - \{ [l_{2i} \Psi_i + K [l_{3i} (\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) - \\ - K (J_{3i} \beta_i + 2 \mu J_{4i} \bar{p}_{li} - J_{6i})] \}.$$

Для начала счета необходимо знать значения коэффициентов  $A_{j0}$  ( $j=1, 2, \dots, 6$ ). Из рассмотрения выражений (13) с учетом условий (11) следует  $A_{j0}=0$ .

По соотношениям (13) прямой прогонкой находят последовательно все значения коэффициентов  $A_{ji}$  от  $i=1$  до  $i=N-1$ . Поправки  $\beta_i, \Psi_i$  вычисляют обратной прогонкой по соотношениям (12) от  $i=N-1$  до  $i=1$  и суммируют с главными частями решения системы (5), причем процесс последовательных приближений продолжается до тех пор, пока поправки не станут достаточно малыми. Предполагая, что сходимость процесса приближений в промежутке  $0 \leq i \leq N$  не равномерная, потребуем выполнения условий:

$$|\tilde{\beta}_i^{(n)}| \leq \varepsilon_1, \quad |\tilde{\Psi}_i^{(n)}| \leq \varepsilon_2,$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  — принятая точность счета функций  $\tilde{\beta}$  и  $\tilde{\Psi}$  соответственно;

$n$  — порядок поправок.

По численным значениям разрешающих функций  $\beta_i, \Psi_i$  определяются меридиональные  $\sigma_{10i}$  и окружные  $\sigma_{20i}$  мембранные напряжения

$$\sigma_{10i} = \frac{E}{b \bar{h}_i} \left[ \Psi_i - \frac{c_i + g_i \beta_i - \frac{1}{2} c_i \beta_i^2}{K} + \right. \\ \left. + (\bar{Q}_m + \bar{p}_{li}) \left( g_i - c_i \beta_i - \frac{1}{2} g_i \beta_i^2 \right) \right]; \\ \sigma_{20i} = \frac{E}{b \bar{h}_i} \left[ 2 \bar{p}_{li} \left( g_i - c_i \beta_i - \frac{1}{2} g_i \beta_i^2 \right) + \frac{\Psi_i'}{K} \right];$$

меридиональные  $\sigma_{1ni}$  и окружные  $\sigma_{2ni}$  изгибные напряжения

$$\sigma_{1ni} = \frac{6M_{1i}}{R_n^2 \bar{h}_i^2}, \quad \sigma_{2ni} = \frac{6M_{2i}}{R_n^2 \bar{h}_i^2},$$

где  $M_{1i}$  и  $M_{2i}$  изгибающие моменты

$$M_{1i} = \frac{E R_n^2}{K b} \bar{h}_i^3 [\beta_i' + \mu (c_i \beta_i + \frac{1}{2} g_i \beta_i^2)];$$

$$M_{2i} = \frac{E R_n^2}{K b} \bar{h}_i^3 [c_i \beta_i + \frac{1}{2} g_i \beta_i^2 + \mu \beta_i'].$$

Осевые перемещения определяются по зависимости

$$w_i = R_n \int_0^{(\Delta \bar{s}_i)} \rho \left\{ \frac{\Psi}{K \bar{b} \bar{h}} [c g + (g^2 - c^2) \beta] + \frac{1}{\bar{b} \bar{h}} (\bar{Q}_m + \bar{p}_l) (g - c \beta)^2 - \right. \\ \left. - \frac{\mu}{K \bar{b} \bar{h}} (\Psi' + 2 K g \bar{p}_l) (g - \beta c) - \beta c \right\} d\bar{s}.$$

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЖЕСТКОСТИ И НАПРЯЖЕНИЙ В БЕСШОВНЫХ СИЛЬФОНАХ

### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТОЛЩИНЫ СТЕНКИ ВДОЛЬ ПРОФИЛЯ

Основные характеристики сильфона — его жесткость и рабочие напряжения, зависят от геометрии гофров и особенно от толщины стенки.

Разные способы изготовления сильфонов [12, 17, 31, 32, 39] обуславливают различный характер изменения толщины стенки сильфона вдоль его профиля.

Этот вопрос изучали экспериментально. Замер толщины различных участков производили на разрезанном сильфоне. По результатам измерений построены графики (рис. 4) изменения относительной толщины  $\eta = \frac{h}{h_0}$  вдоль дуги полуволны гофра  $\bar{s} = \pi \frac{s}{S}$ .

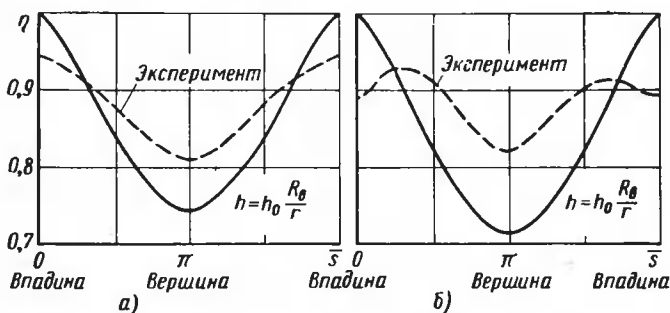


Рис. 4. Распределение толщины стенки сильфона, изготовленного:

а — гидравлическим; б — механогидравлическим способом

Исследования толщины стенки показали, что соотношение

$$h = h_0 \frac{R_B}{r}, \quad (14)$$

принятое в работах [4, 27, 53 и др.], справедливо для сильфонов неглубокой гофрировки, изготовленных гидравлическим способом. В других случаях формула (14) дает значительно большее утонение в

вершинах гофров сиффона, чем это имеет место в действительности. Экспериментальные данные показывают, что у сиффонов, изготовленных гидравлическим способом (рис. 4, а), имеется небольшое утонение во впадине. что также не отражается формулой (14).

В настоящее время в приборостроении при изготовлении сиффонов применяют, как правило, механогидравлический способ, при котором осуществляется гидроформование трубок с предварительно накатанными кольцевыми канавками. Этот способ обеспечивает получение сиффонов с большой глубиной гофров, т. е. более чувствительных. На рис. 4, б показан типичный для сиффонов, изготовленных механогидравлическим способом, характер распределения толщины. Наибольшая толщина соответствует области перехода внутреннего закругления к прямому участку. Утонение в вершине этого сиффона меньше, чем у сиффона, изготовленного гидравлическим способом.

Характер изменения толщины стенки сиффонов зависит также и от режимов технологического процесса их изготовления. Так, утонение стенки сиффона

можно изменить путем подбора соответствующего отношения глубины подкатки  $H_n$  и формирования  $H_\phi$ , а также изменением расстояния между матрицами при гидроформовании. Глубина подкатки равна  $H_n = R_r - R_n$ , а глубина формирования  $H_\phi = R_n - R_r$ , где  $R_r$  — радиус трубки-заготовки;  $R_n$ ,  $R_r$  — наружный и внутренний радиусы сиффонов. На рис. 5 показан характер изменения толщин стенок сиффонов

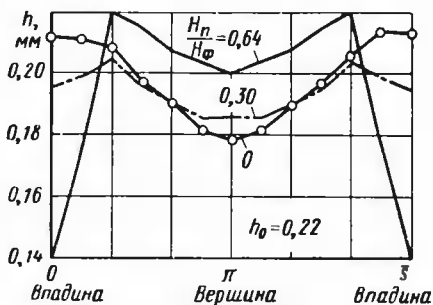


Рис. 5. Изменение толщины стенки сиффона, изготовленного с разным отношением  $H_n/H_\phi$

типа  $52 \times 4 \times 0,20$  ( $D \times n \times h_0$ ), изготовленных с разным отношением глубины подкатки к глубине формирования. Утонение стенок у этих сиффонов колеблется от 5 до 22%. Из графика следует, что возможны случаи, когда утонение во впадине не больше, чем в вершине, т. е. возможно получение самых разных соотношений между толщинами во впадине и на вершине гофра.

Современная технология изготовления сиффонов не обеспечивает стабильного распределения толщины  $h = f(s)$ .

Для того чтобы охватить расчетом сиффоны с толщиной, изменяющейся по любому закону, симметричному относительно вершины и впадины гофра, была принята следующая функция толщины  $h = \eta h_0$ , где  $\eta$  — относительная толщина, определяемая рядом

$$\eta = \sum_{i=0}^n a_i \cos i\bar{s}. \quad (15)$$

Коэффициенты  $a_i$  находят путем аппроксимации любого заданного изменения толщины выражением (15).

## 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ЖЕСТКОСТИ

Жесткостью  $K$  называют величину нагрузки  $P$ , которую следует приложить к сиффону, чтобы вызвать перемещение  $w$ , равное единице:

$$K = \frac{P}{w}.$$

В зависимости от схемы нагружения сиффона различают жесткость по давлению  $K_p$ , по силе  $K_Q$  и изгибную жесткость  $K_M$

$$K_p = \frac{p}{w_p}; \quad K_Q = \frac{Q}{w_Q}; \quad K_M = \frac{M}{\vartheta_M},$$

где, соответственно,  $p$ ,  $Q$  и  $M$  — давление, осевая сила и изгибающий момент;  $w_p$  и  $w_Q$  — линейные перемещения от давления и от силы;  $\vartheta_M$  — угловое перемещение от изгибающего момента.

Поскольку между жесткостью по давлению  $K_p$  и силе  $K_Q$  существует связь через эффективную площадь  $F_{эф}$  (гл. III):

$$F_{эф} = \frac{K_Q}{K_p}$$

достаточно знать одну из жесткостей. Обычно принято говорить о жесткости сиффона, имея в виду жесткость по силе  $K_Q$ . Сведения о методике определения изгибной жесткости приведены в п. 10.

Численное решение, изложенное в п. 3, дает возможность определять жесткость бесшовных однослойных сиффонов с учетом произвольного изменения толщины и геометрии гофров (рис. 6). На основании этого решения построены номограммы, связывающие жесткость сиффона с его геометрическими параметрами и упругими характеристиками материала.

Метод, изложенный в п. 3, может быть использован и для решения задачи в нелинейной постановке, что дает возможность оценить нелинейность характеристики сиффона в

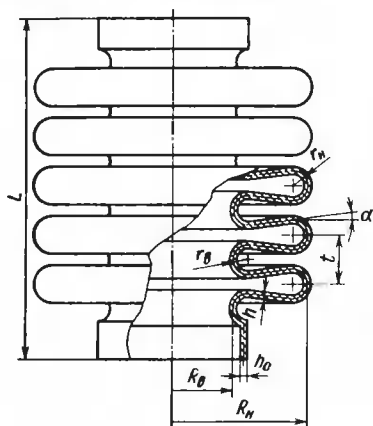


Рис. 6. Чертеж сиффона

пределах применимости линейного решения (п. 8).

В качестве примера на рис. 7 представлены результаты расчета жесткости численным методом для сиффонов с параметрами  $k = \frac{R_n}{R_0} = 1,5$  и  $k = 1,8$  при характере изменения толщины по зависимости (15) и коэффициентах

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 0,8581; & a_1 &= 0,0633; & a_2 &= 0,0038 \\ a_3 &= 0,0041; & a_4 &= -0,0007; & a_5 &= 0,0031 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Эти значения коэффициентов получены для сильфонов, изготовленных механогидравлическим способом.

Графики, представленные на рис. 7, иллюстрируют зависимость безразмерной жесткости

$$\bar{K}_Q = \frac{K_Q R_{\Pi}^2 n}{\pi E h_0^3} \quad (17)$$

от относительной толщины  $\delta = \frac{h_0}{R_B}$  и параметра  $m = \frac{r_{\Pi}}{R_B} = \frac{r_B}{R_B}$  ( $n$  — число рабочих гофров,  $h_0$  — толщина стенки трубки-заготовки). Ра-

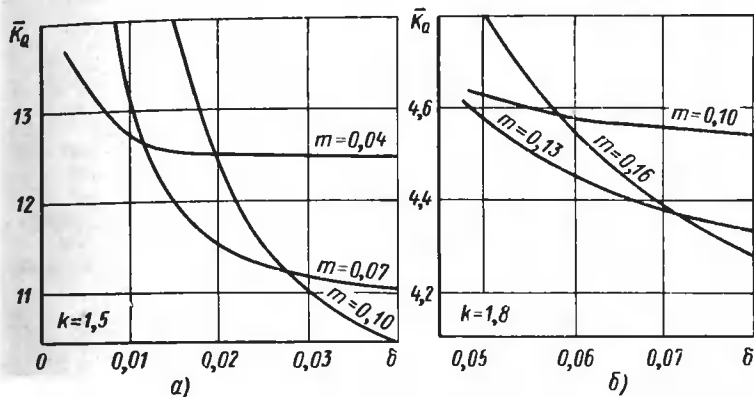


Рис. 7. Кривые безразмерной жесткости  $\bar{K}_Q$ .

а — при  $k=1,5$ ; б — при  $k=1,8$

диусы торовых участков приняты одинаковыми в вершине и впадине. Если гофры не уплотнены, то  $r_{\Pi}=r_B=\frac{t}{4}$ , где  $t$  — шаг гофрировки.

Для сильфонов с глубокими гофрами жесткость  $K_Q = \frac{Q}{w_Q}$  мало зависит от параметра  $m$ , характеризующего радиус закругления гофров. Безразмерная жесткость  $\bar{K}_Q$  также мало изменяется в зависимости от относительной толщины  $\delta$ . Так, например, при  $k=1,8$  величина  $\bar{K}_Q$  в указанных на рис. 7 интервалах изменения  $\delta$  и  $m$  колеблется в пределах от  $\bar{K}_Q=4,3$  до  $\bar{K}_Q=4,8$ . Следовательно, при  $k=1,8$  жесткость  $K_Q$  в соответствии с выражением (17) будет

$$K_Q = (4,3 \div 4,8) \frac{\pi E h_0^3}{R_{\Pi}^2 n}.$$

С уменьшением глубины гофрирования влияние радиуса тор-  
вых участков становится значительным. В области малых толщин  
с увеличением параметра  $m$  жесткость сильно возрастает (рис. 7 а).

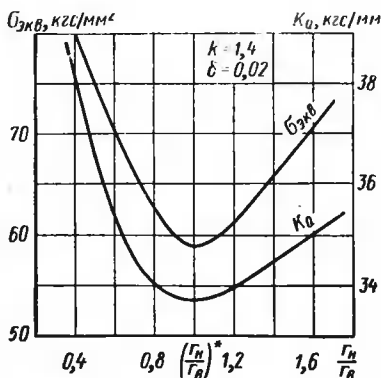


Рис. 8. Влияние отношения радиусов закругления  $r_n/r_b$  на жесткость и напряжения

Отношение радиусов наружного и внутреннего закругления гофра  $\frac{r_n}{r_b}$  также оказывает влияние на жесткость, причем при некотором соотношении  $\left(\frac{r_n}{r_b}\right)^*$  наблюдается минимум жесткости (рис. 8). Значения  $\left(\frac{r_n}{r_b}\right)^*$  зависят от глубины и шага гофрировки и толщины силфона. Кривые на рис. 8 построены при относительном шаге  $\frac{t}{R_b} = 0.2$ .

## 6. НАПРЯЖЕНИЯ В СИЛЬФОНАХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НАГРУЖЕНИЯ

Нормальная работа силфона как упругого элемента в заданных условиях возможна, если наибольшие напряжения  $\sigma_{\max}$  не превышают допускаемого для этих условий значения  $[\sigma]$ :  $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ .

Допускаемое напряжение  $[\sigma]$  определяют путем деления предельного напряжения  $\sigma_{\text{пр}}$  на коэффициент запаса  $n$ :  $[\sigma] = \sigma_{\text{пр}}/n$ .

При этом в зависимости от условий работы силфона и технических требований к нему под предельным напряжением понимается либо предел текучести или упругости, либо критическое напряжение, при котором происходит потеря устойчивости силфона, либо предел выносливости и т. д. В некоторых конструкциях напряжения в силфонах превышают предел упругости. Силфоны в указанных условиях изучались в работах [65, 67, 75].

Прежде, чем рассчитать сильфон на прочность, необходимо знать, как распределяются напряжения в стенке сильфона.

С помощью численного решения, изложенного в п. 3, был проведен анализ напряженного состояния сильфонов при различных условиях нагружения. Закон изменения толщины стенки был принят в виде выражения (15), с коэффициентами  $a_1$  (16), соответствующими механогидравлическому способу изготовления сильфона.

Распределение напряжений в полуволне гофра сильфона  $R_b = 3,2$  мм;  $E = 2,1 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup> при свободном ходе под действием осевой силы показано на рис. 9, а, а под действием внутреннего давления — на рис. 9, б.

Отметим, что характер распределения напряжений и их величины примерно одинаковы, если сильфон при нагружении силой и при нагружении давлением совершает одинаковый ход  $w$ . В обоих случаях определяющими являются меридиональные изгибные напряжения  $\sigma_{1\pi}$ . Окружные изгибные напряжения  $\sigma_{2\pi}$  распределяются аналогично, но величина их примерно в 3 раза меньше. В экстремальных сечениях справедливо соотношение  $\sigma_{2\pi} = \mu \sigma_{1\pi}$  ( $\mu$  — коэффициент Пуассона). Наибольшие напряжения  $\sigma_{1\pi}$  и  $\sigma_{2\pi}$  возникают в торовых участках; а для тонкостенных сильфонов — в зоне сопряжения тороидальных участков с прямым (рис. 9, в).

Мембранные меридиональные напряжения  $\sigma_{10}$  малы во всех точках; окружные напряжения  $\sigma_{20}$ , как правило, достигают наибольших значений в экстремальных сечениях гофра.

Эти закономерности справедливы не только при свободном ходе, но и в большинстве других схем осесимметричного нагружения сильфона.

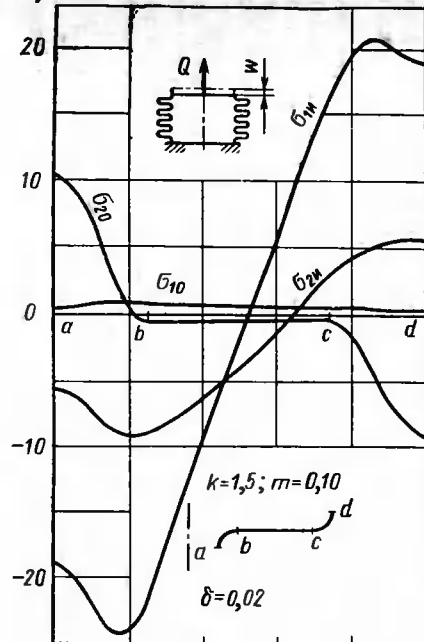
При растяжении сильфона силой или давлением профиль гофра деформируется примерно так, как показано на рис. 10, а. Уменьшение кривизны профиля на обоих торовых участках приводит к появлению изгибных меридиональных напряжений  $\sigma_{1\pi}$ , знаки которых для точек внутренней и наружной поверхностей показаны на рис. 10, а. (Эпюры  $\sigma_{1\pi}$  на рис. 9 и на последующих построены для внутренней поверхности).

Точки во впадине перемещаются от оси сильфона (рис. 10, а), в этой области возникают окружные растягивающие напряжения  $\sigma_{20} > 0$ ; точки на вершине перемещаются к оси, здесь  $\sigma_{20} < 0$ . Если толщина  $h$  мала, то экстремум изгибных напряжений смещается к местам сопряжения торов с пластиной (рис. 9, в).

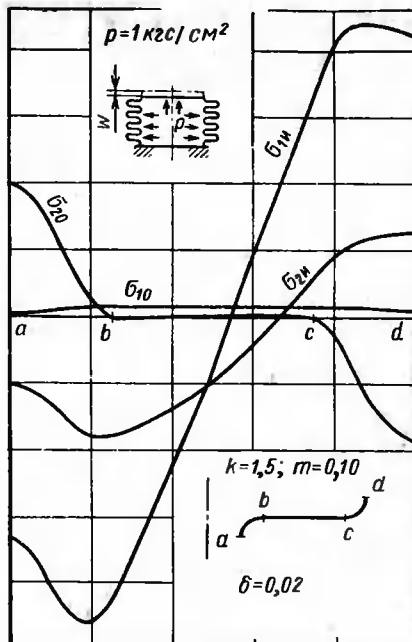
При нагружении сильфона внутренним давлением  $p$  и сосредоточенной силой, равной  $Q = pF_{\text{эф}}$  ( $F_{\text{эф}}$  — эффективная площадь), перемещение дна сильфона  $w = 0$  (условие силовой компенсации). В этом случае максимальные меридиональные изгибные напряжения возникают в тороидальных участках, а также посредине плоского участка (рис. 11).

Вид упругой линии профиля для этой схемы нагружения показан на рис. 10, б. Кривизна внутреннего закругления увеличивается, а наружного уменьшается; соответствующие знаки изгибных напряжений показаны на рис. 10, б. В точках плоского и торовых участков знаки изгибных напряжений противоположны.

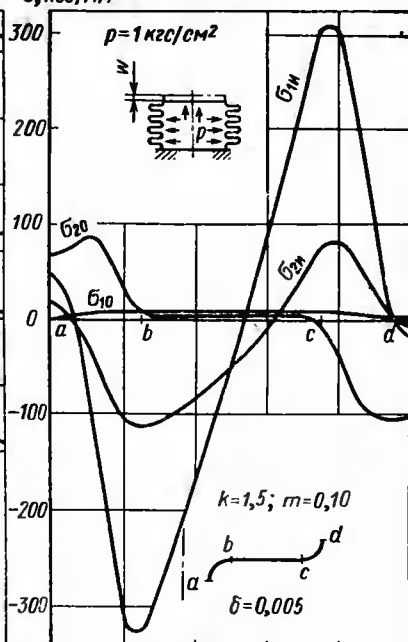
Как и в предыдущем случае нагружения, с уменьшением толщины стенки точка, где изгибное напряжение  $\sigma_{1\pi}$  достигает максимума, смещается к месту сопряжения плоского и торового участков (рис. 11, б).

$\sigma, \text{кгс/мм}^2$ 

a)

 $p=1 \text{ кгс/см}^2$ 

б)

 $\sigma, \text{кгс/мм}^2$ 

в)

Рис. 9. Эпюры напряжения в сильфоне ( $\delta=0,02$ ):

$a$  — нагруженном силой;  $b$  — нагруженном давлением  $p=1 \text{ кгс/см}^2$  при свободном ходе  $w$ ;  $v$  — эпюры напряжений для сильфона  $\delta=0,005$  при свободном ходе

При изгибе торoidalных участков точки на обоих закруглениях перемещаются по направлению к оси сильфона (рис. 10, б). Соответственно, окружные мембранные напряжения  $\sigma_{20}$  на этих участках будут отрицательными (рис. 11).

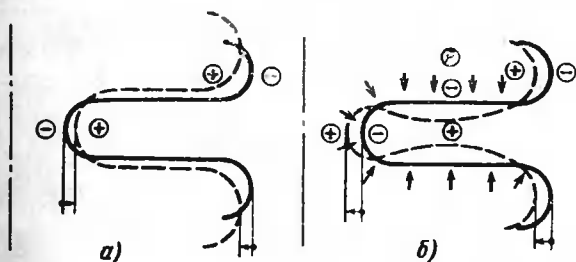


Рис. 10. Деформация профиля сильфона под действием нагрузки

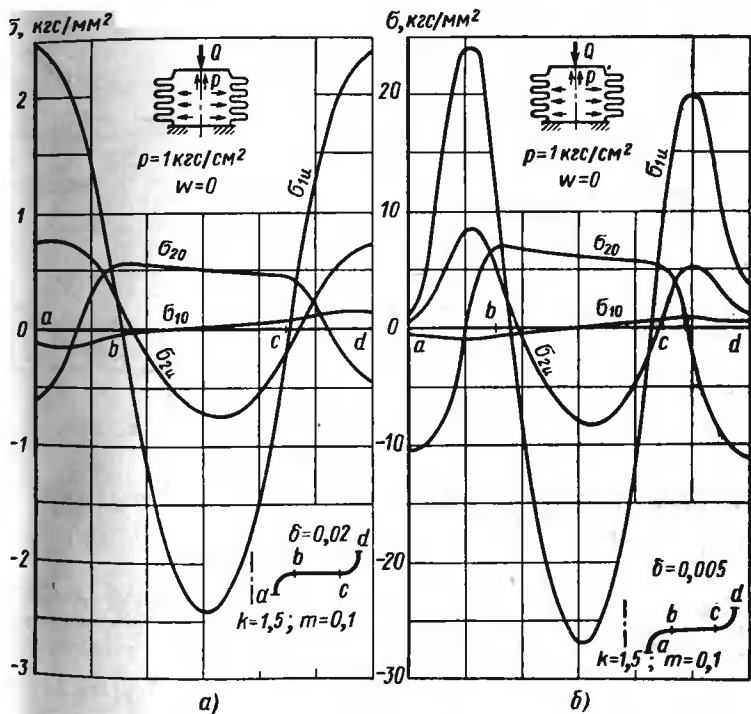


Рис. 11. Эпюры напряжений в сильфоне в условиях силовой компенсации при параметре толщины:

а —  $\delta=0,02$ ; б —  $\delta=0,005$

Рассмотрим распределение напряжений в сифоне еще в двух случаях нагружения.

1. Сифон нагружен внутренним давлением  $p$  и сжимающей силой, равной  $Q = \frac{1}{2} p F_{\text{эф}}$ . При таком нагружении сифон получит удлинение, равное  $\frac{1}{2} w_p$ , где  $w_p$  — перемещение сифона при свободном ходе, когда он нагружен одним только давлением  $p$  (рис. 12, а).

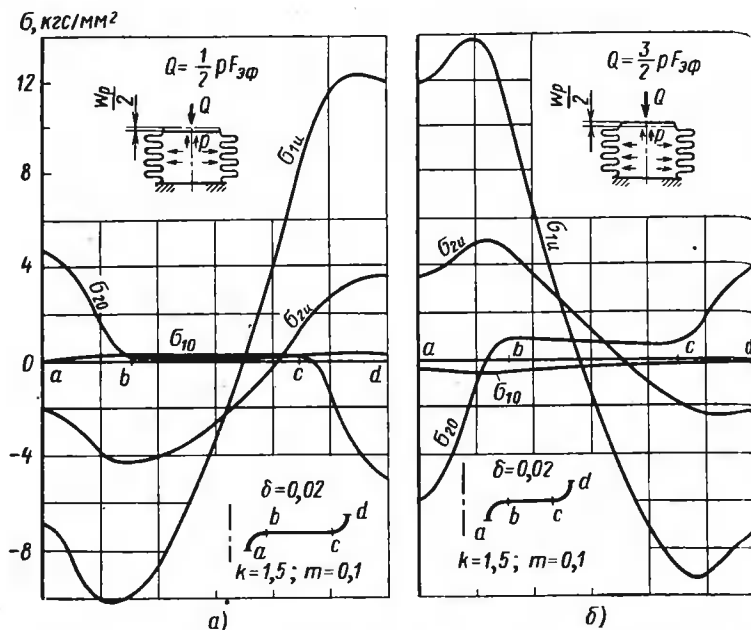


Рис. 12. Эпюры напряжений при нагружении сифона давлением  $p$  и осевой силой  $Q$

2. Сифон нагружен внутренним давлением  $p$  и сжимающей силой  $Q = \frac{3}{2} p F_{\text{эф}}$ . В этом случае сифон будет сжат на  $\frac{1}{2} w_p$  (рис. 12, б).

Картина распределения напряжений для этих двух случаев имеет одинаковый характер, однако все напряжения отличаются по знаку. Кроме того, положения точек с наибольшими изгибными напряжениями не совпадают. При растяжении ( $Q = \frac{1}{2} p F_{\text{эф}}$ ) эти точки соответствуют области наружного закругления, а при сжатии ( $Q = \frac{3}{2} p F_{\text{эф}}$ ) — внутреннего закругления.

Для оценки коэффициента запаса следует определить эквивалентные напряжения в опасной точке сильфона. На рис. 13 показано распределение эквивалентных напряжений для рассмотренных выше схем нагружения.

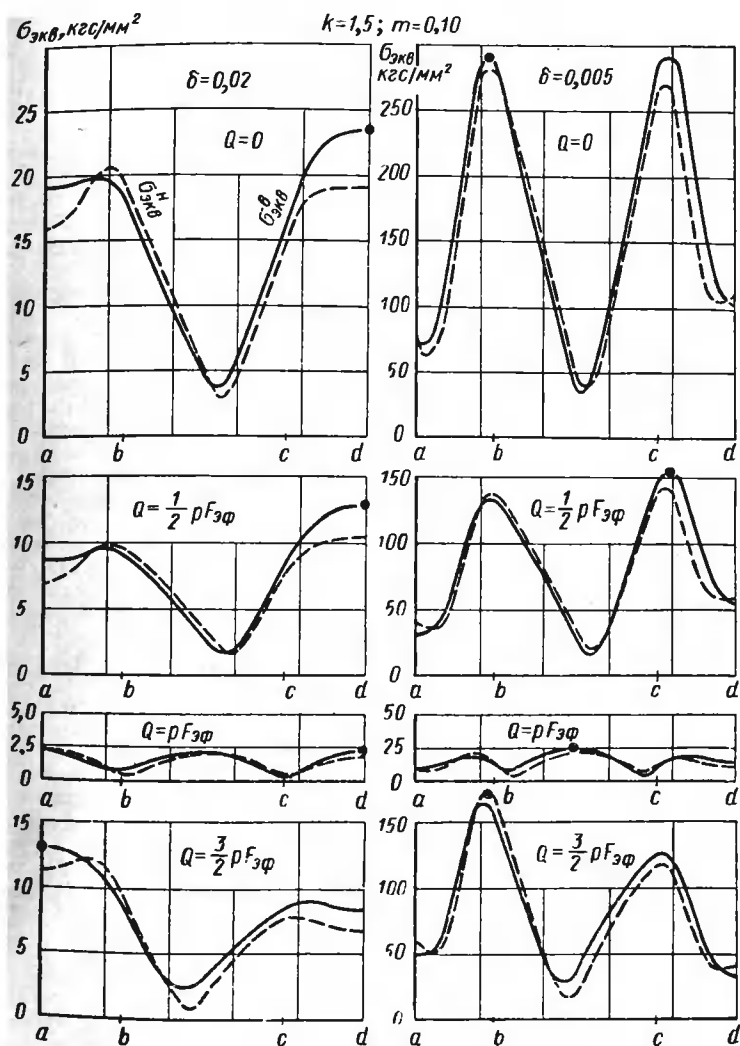


Рис. 13. Эквивалентные напряжения при различных условиях нагружения сильфона с параметром:  
а —  $\delta=0,02$ ; б —  $\delta=0,005$

Эквивалентные напряжения определялись по теории энергии формоизменения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}, \quad (18)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  — главные напряжения в точках внутренней и наружной поверхности;

$$\sigma_i^{\frac{b}{t}} = \sigma_{i0} \pm \sigma_{in} \quad (i = 1, 2). \quad (19)$$

Сопоставление напряжений, возникающих в сильфоне в условиях силовой компенсации ( $Q = pF_{\text{эф}}$ ) и при действии внутреннего давления без ограничения хода ( $Q = 0$ ), показывает, что наибольшие напряжения в условиях силовой компенсации могут быть на порядок меньше, чем при свободном ходе, если нагружение производится одинаковым давлением.

Как правило, наиболее напряженным местом является вершина или впадина гофра. Анализ эпюр  $\sigma_{\text{экв}}$  для рассмотренных здесь сильфонов, а также для многих других сильфонов при различных условиях нагружения, показывает, что положение опасной точки не является определенным. В зависимости от геометрии сильфона (особенно его толщины) и от условий нагружения опасная точка может находиться на наружной или на внутренней поверхности, на вершине или впадине гофра, а иногда и на плоском участке. Указать строгую зависимость положения опасной точки от геометрии и условий нагружения пока не представляется возможным. Однако можно сказать, что если при нагружении внутренним давлением  $p$  и сжимающей силой  $Q < pF_{\text{эф}}$  сильфон растягивается, то опасная точка находится на внутренней поверхности вершины гофра. При сжатии сильфона ( $Q > pF_{\text{эф}}$ ) опасная точка, как правило, находится на наружной поверхности впадины (рис. 13). Одновременная смена знака  $Q$  и  $p$  не изменяет положения опасной точки.

В условиях силовой компенсации опасная точка может быть как на тороидальном, так и на прямолинейном участке.

Уменьшение толщины стенки приводит к смещению положения опасной точки к месту сопряжения плоского участка с тороидальными (рис. 13, б).

Существенное влияние на величину напряжений оказывает закон изменения толщины  $h = \eta h_0$ . На рис. 14 показаны графики эквивалентного напряжения в точках наружной поверхности сильфона для двух случаев: при растяжении силой  $Q = 1$  кгс (рис. 14, а) и в условиях силовой компенсации при  $p = 1$  кгс/см<sup>2</sup> (рис. 14, б). Законы изменения толщины вдоль меридиана были взяты следующими:

- 1 — толщина постоянная ( $\eta = 1$ );
- 2 — толщина изменяется по зависимости (14)  $\left(\eta = \frac{r_b}{r}\right)$ ;
- 3 — толщина изменяется по зависимости (15) при значениях  $a_i$  (16).

Наименьшие эквивалентные напряжения возникают при постоянной толщине, наибольшие — при  $\eta = \frac{R_3}{r}$ .

Отношение радиусов торовых участков  $\frac{r_n}{r_b}$  (см. рис. 8) также оказывает влияние на величину напряжений. В рассмотренном на стр. 26 случае при нагружении сильфона осевой силой наимень-

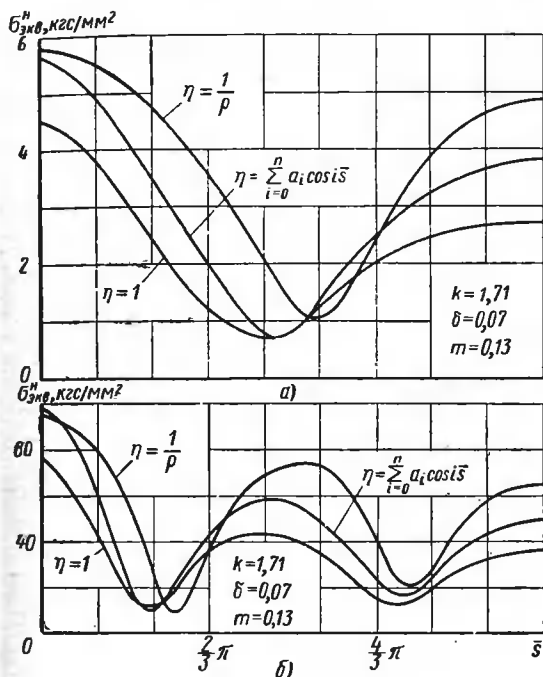


Рис. 14. Влияние закона толщины на распределение напряжений

шая величина эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  в опасной точке, а также наименьшая жесткость  $K_Q$  соответствуют отношению  $\left(\frac{r_n}{r_b}\right)^* \approx 1$ . Однако с изменением геометрических параметров сильфона отношение  $\left(\frac{r_n}{r_b}\right)^*$ , при котором напряжения минимальны, изменяется.

## 7. НОМОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ БЕСШОВНЫХ СИЛЬФОНОВ

На основе описанного в п. 3 метода с помощью ЭВМ можно с заданной точностью рассчитать упругие напряжения и перемещения бесшовного однослойного сильфона любого профиля при раз-

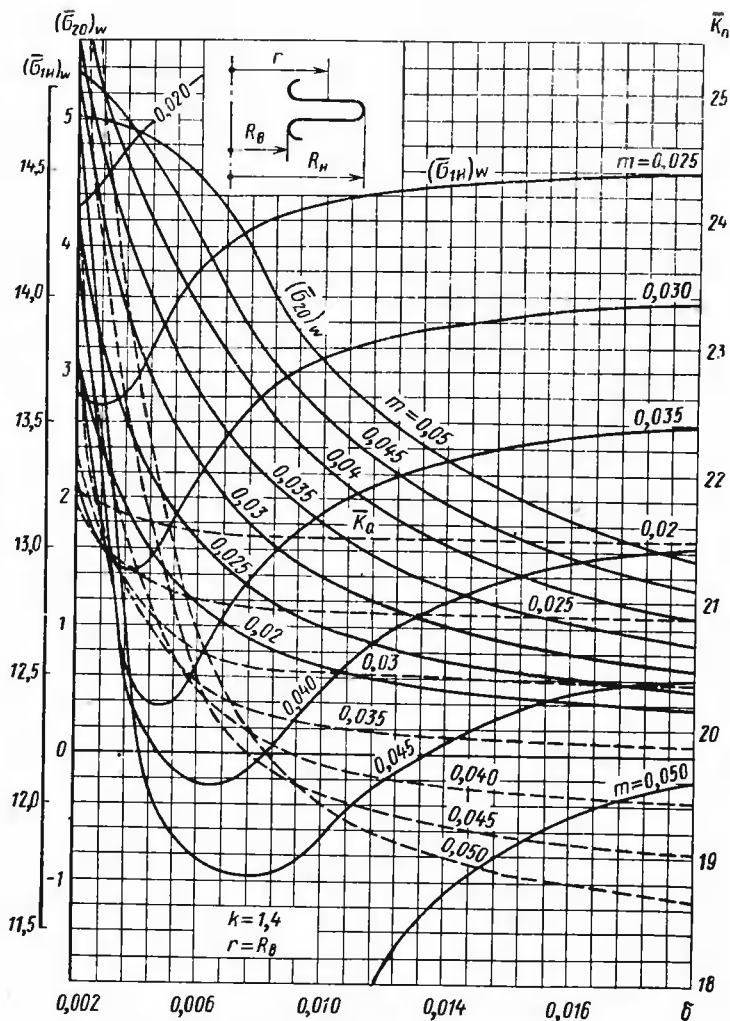


Рис. 15. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,4$ ;  
 $r=R_e$ ;  $p=0$ ;  $\omega \neq 0$

личных схемах нагружения. Такие расчеты не вызывают затруднений при наличии соответствующей программы и ЭВМ. В настоящем параграфе изложен инженерный метод расчета, с помощью которого можно по простым формулам и номограммам, не производя сложных вычислений и не прибегая к вычислительным машинам, определять напряжения и жесткость сильфона, если известны

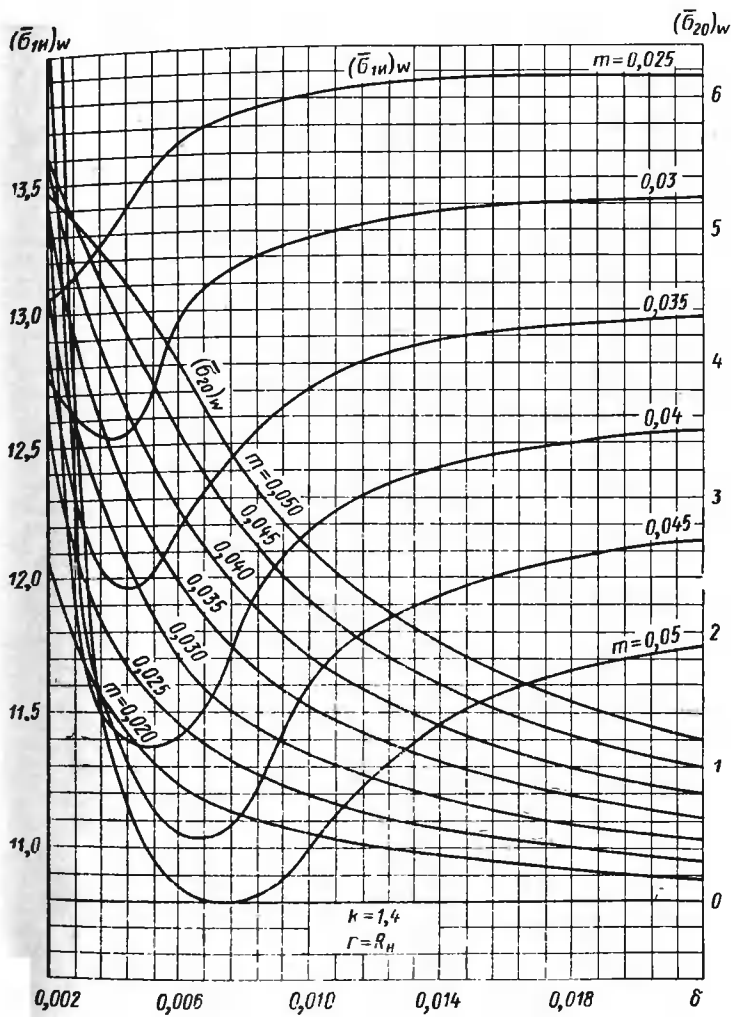


Рис. 16. Номограмма для расчета сильфонов  $k=1,4$  и  $r=R_H$ ;  
 $p=0$ ;  $w \neq 0$

его геометрия. Кроме того, номограммы помогают находить оптимальное решение, если поставлена задача проектирования сильфона.

Номограммы для расчета бесшовных однослойных сильфонов, полученные на основе численного метода, изложенного в п. 3, приведены на рис. 15—34. Номограммы построены для сильфонов в ши-

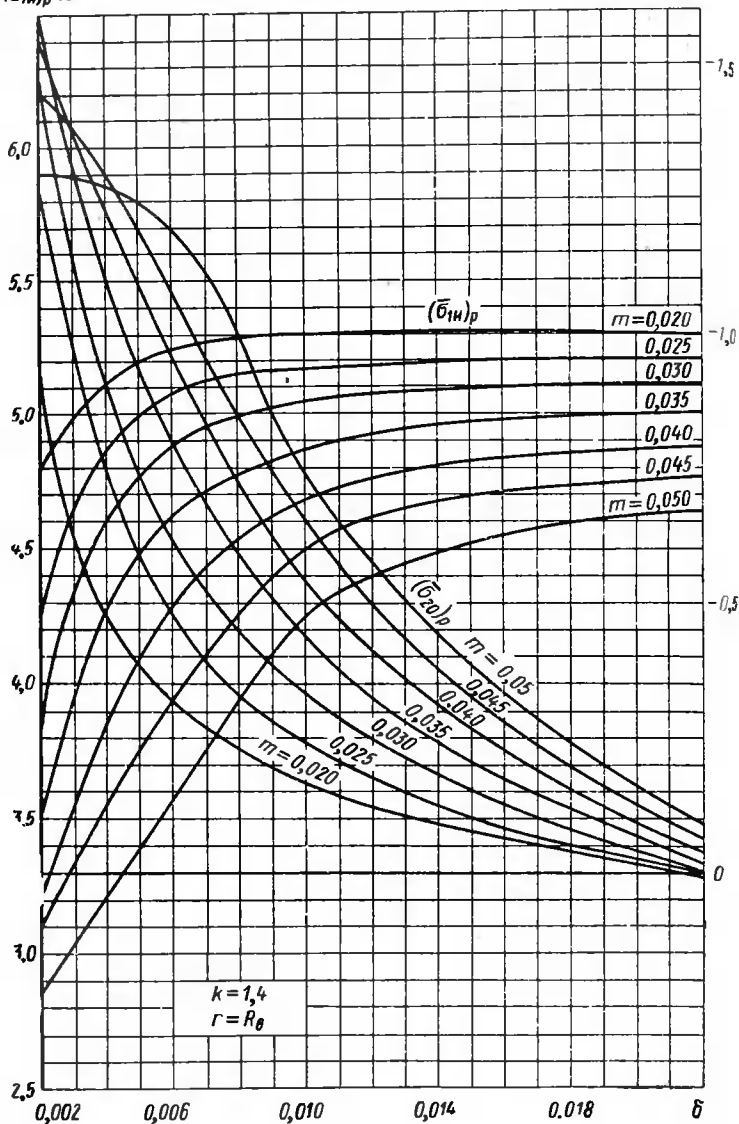
$(\bar{b}_{1n})_p \cdot 10^2$  $(\bar{b}_{20})_p \cdot 10^4$ 

Рис. 17. Номограмма для расчета сифонов при  $k=1.4$ ;  $r=R_0$ ;  
 $P \neq 0$ ;  $w=0$

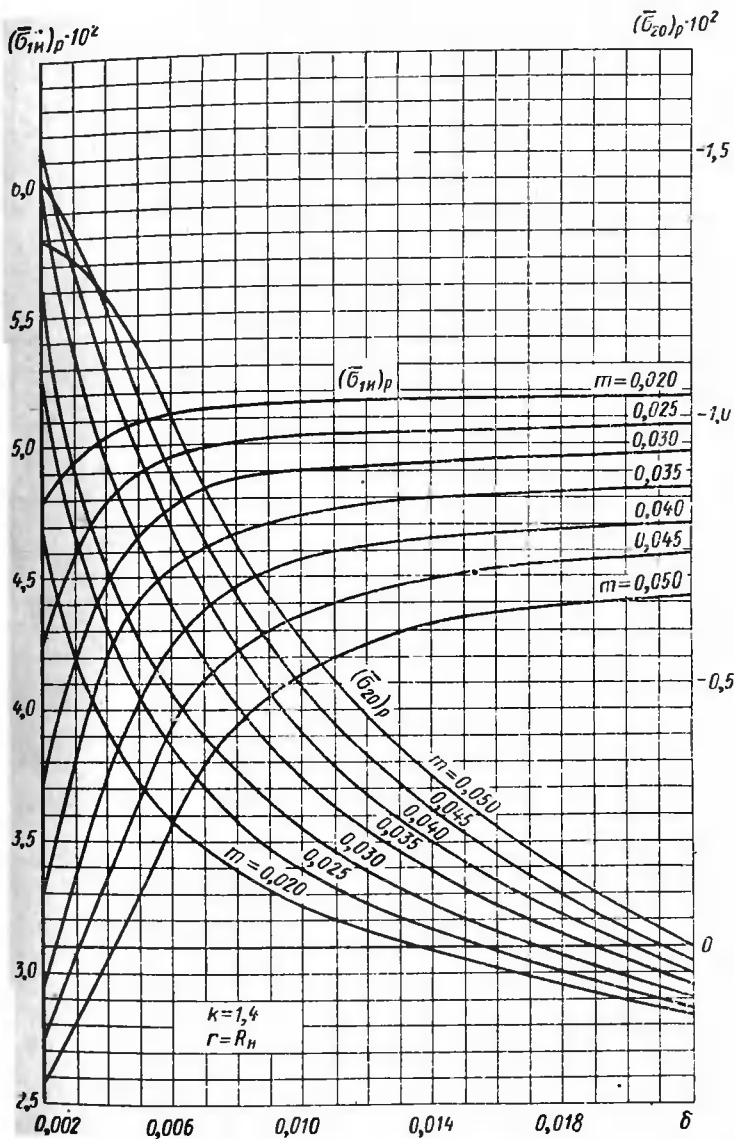


Рис. 18. Номограмма для расчета сифонов при  $k=1.4$ ;  $r=R_n$ ;  
 $P \neq 0$ ;  $\omega=0$

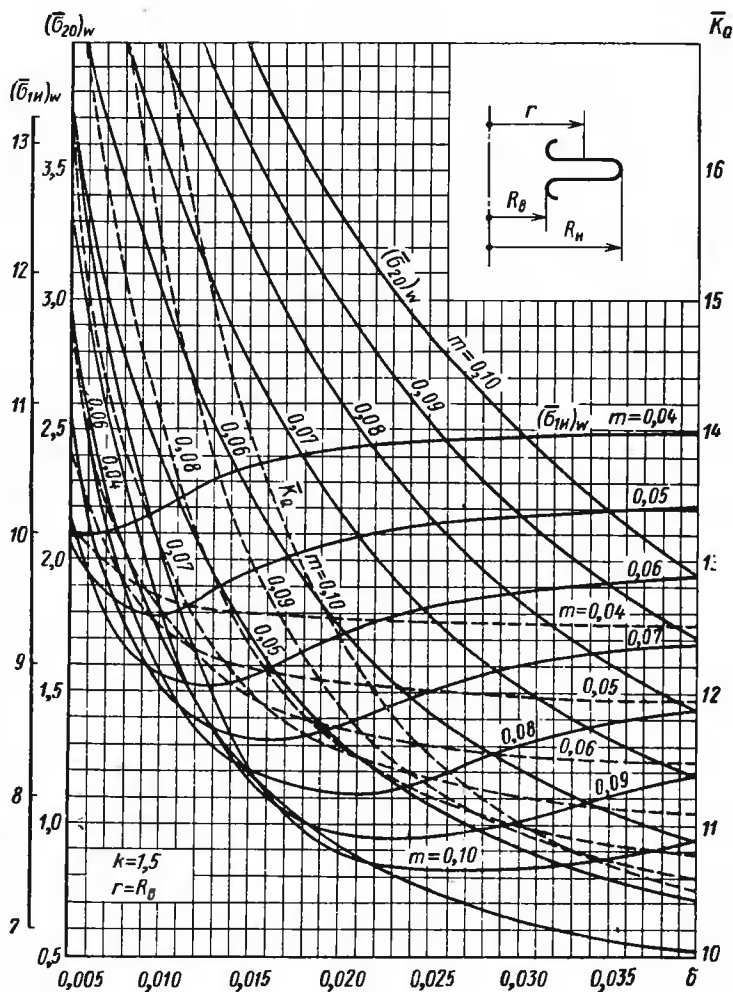


Рис. 19. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1.5$ ;  
 $r=R_b$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$ .

роком диапазоне геометрических отношений при изменении толщины по зависимостям (15) и (16).

Принято, что вершины и впадины гофров соединены плоскими участками ( $\alpha=0$ , рис. 6) и радиусы тороидальных участков одинаковы  $r_b=r_n=\frac{t}{4}$ , где  $t$ —шаг сильфона. Номограммы построены для

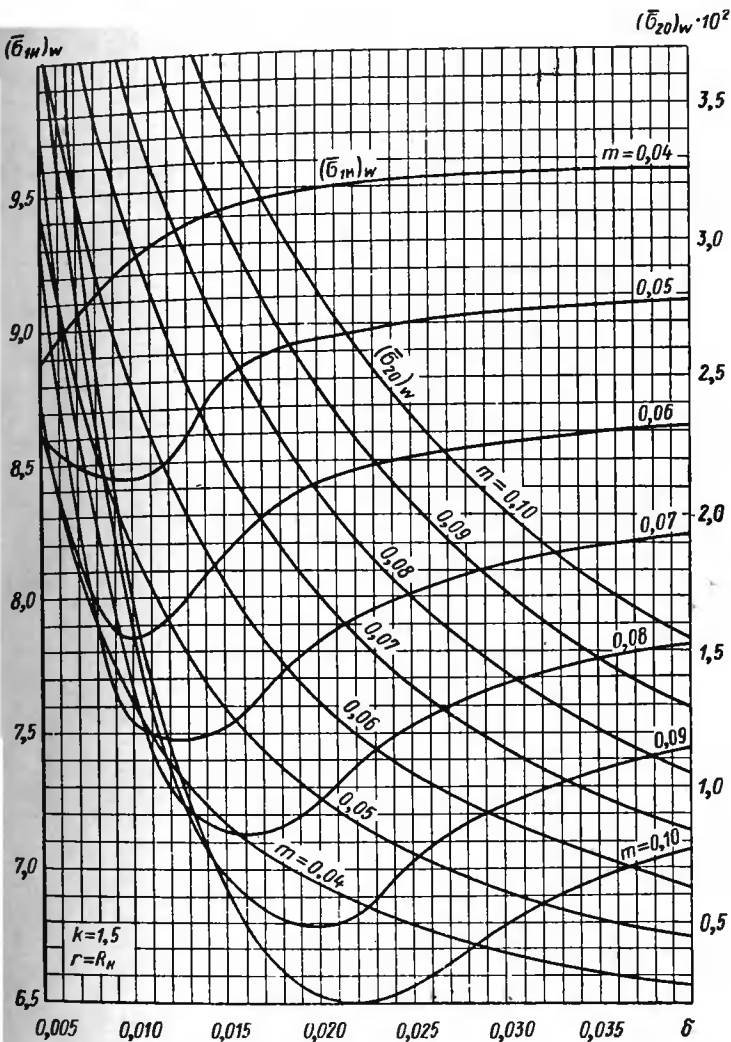


Рис. 20. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,5$ ;  $r=R_n$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$ ;

сильфонов с различными параметрами глубины гофр  $k = \frac{R_n}{R_b}$ , относительной толщины  $\delta = \frac{h_0}{R_b}$  и радиуса закругления  $m = \frac{r_n}{R_b} = \frac{t}{4R_b}$  для двух основных случаев нагружения:

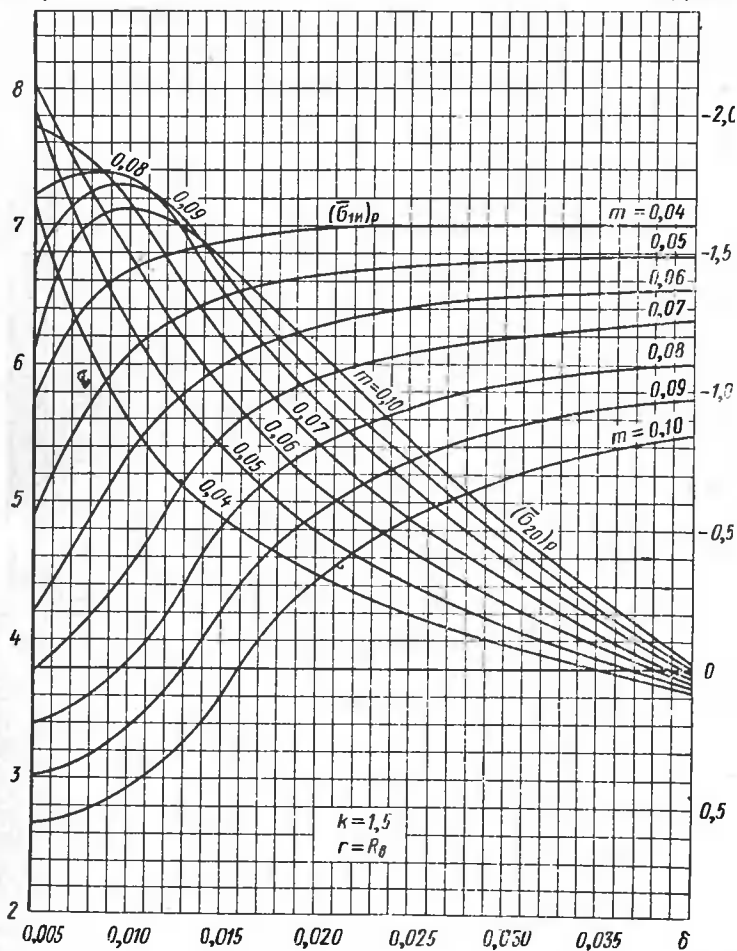
$(\bar{\sigma}_{1n})_p \cdot 10^2$  $(\bar{\sigma}_{2n})_p \cdot 10^2$ 

Рис. 21. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1.5$ ;  $r=R_\delta$ ;  $P \neq 0$ ;  $w=0$

1) сильфон растянут или сжат осевой силой (условие свободного хода  $w \neq 0$ ,  $p=0$ );

2) сильфон нагружен давлением при неподвижных торцах (условие силовой компенсации  $w=0$ ;  $p \neq 0$ ).

При более сложной схеме нагружения напряжения могут быть определены по номограммам на основании принципа независимости действия сил, который применим при решении линейных задач

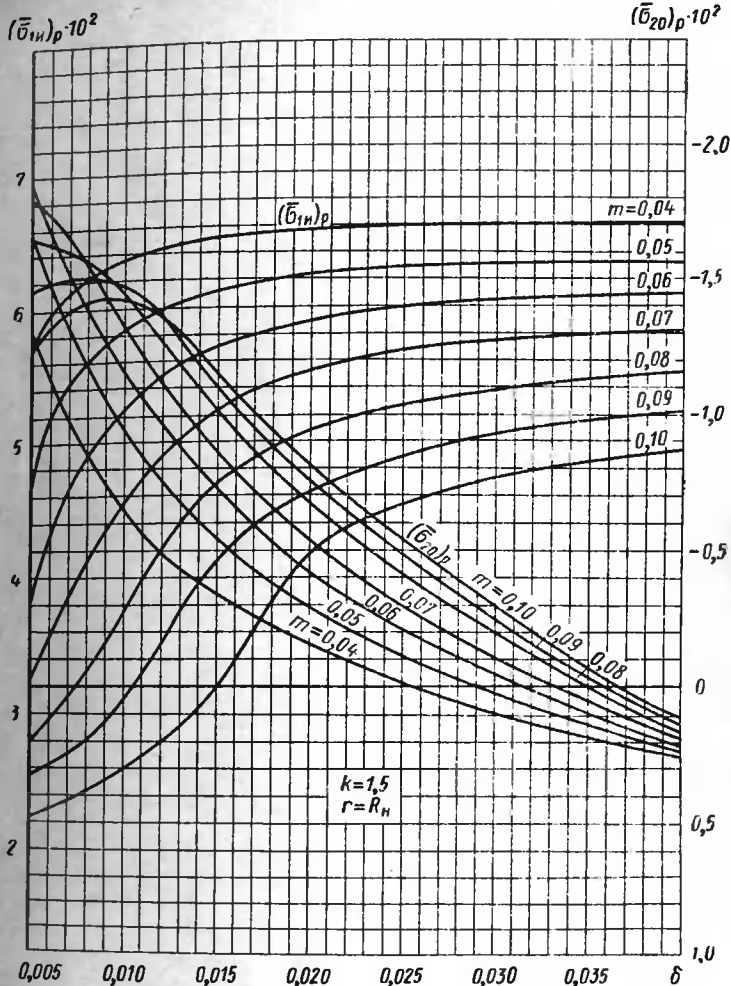


Рис. 22. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,5$ ;  $r=R_n$ ;  $P \neq 0$ ;  $w=0$ .

Например, если сильфон совершает ход  $w$  до упора под действием давления  $p > p_0$  ( $p_0$  — давление при посадке на упор), то суммарное напряжение определится как

$$\sigma = \sigma_w + \sigma_p, \quad (20)$$

где  $\sigma_w$  — напряжение при свободном ходе  $w$ ;

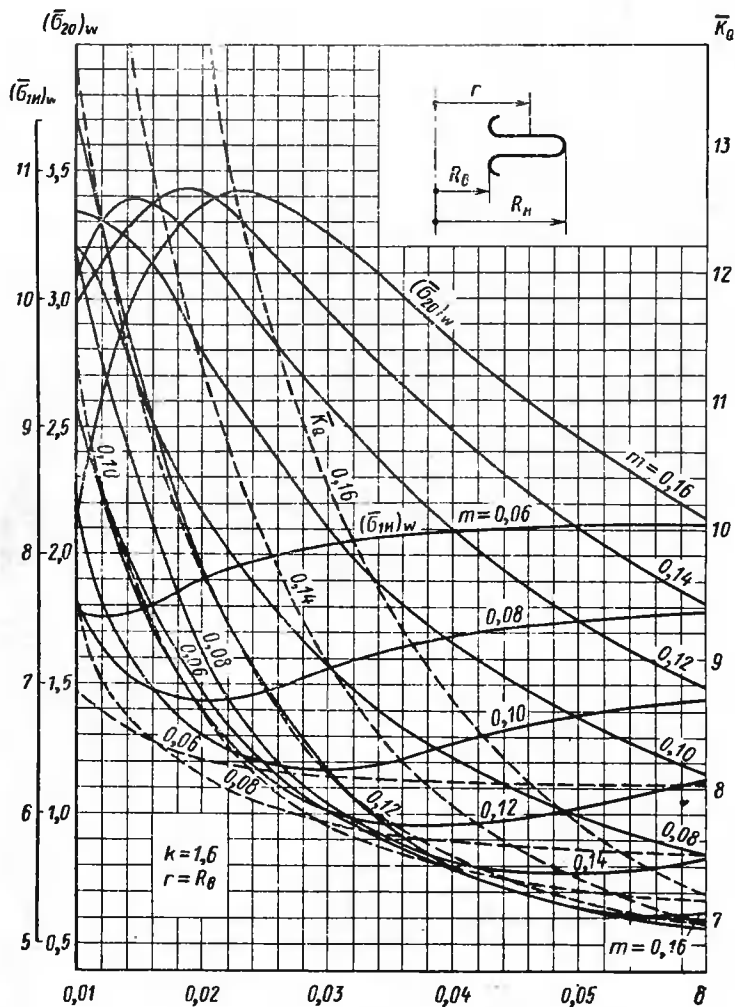


Рис. 23. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,6$ ;  
 $r=R_g$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$

$\sigma_p$  — напряжение в условии силовой компенсации при действии давления  $p$ .

Номограммы получены на основе решения по линейной теории и не отражают геометрической и физической нелинейности в поведении сильфона. Более полные сведения о свойствах сильфона с учетом геометрической нелинейности можно получить, прибегая к расчету на ЭВМ (пп. 3 и 8).

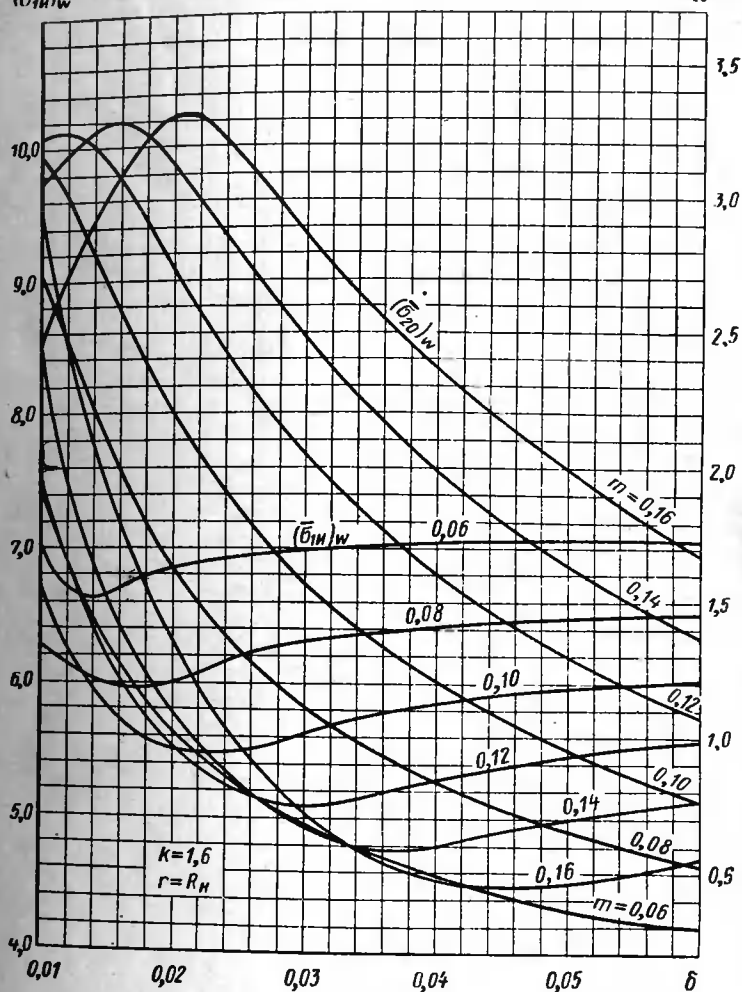
$(\bar{\sigma}_{1n})_w$  $(\bar{\sigma}_{20})_w$ 

Рис. 24. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,6$ ;  $r=R_n$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$

Следует иметь в виду, что как линейное, так и нелинейное решение, изложенное в п. 3, справедливо лишь в области упругих деформаций пока  $\sigma_{\max} \leq \sigma_y$ , где  $\sigma_y$  — предел упругости материала. На рис. 15—34 приведены графики зависимости от параметров  $\delta$  и  $m$  безразмерной жесткости  $K_Q$ , определяемой выражением (17),

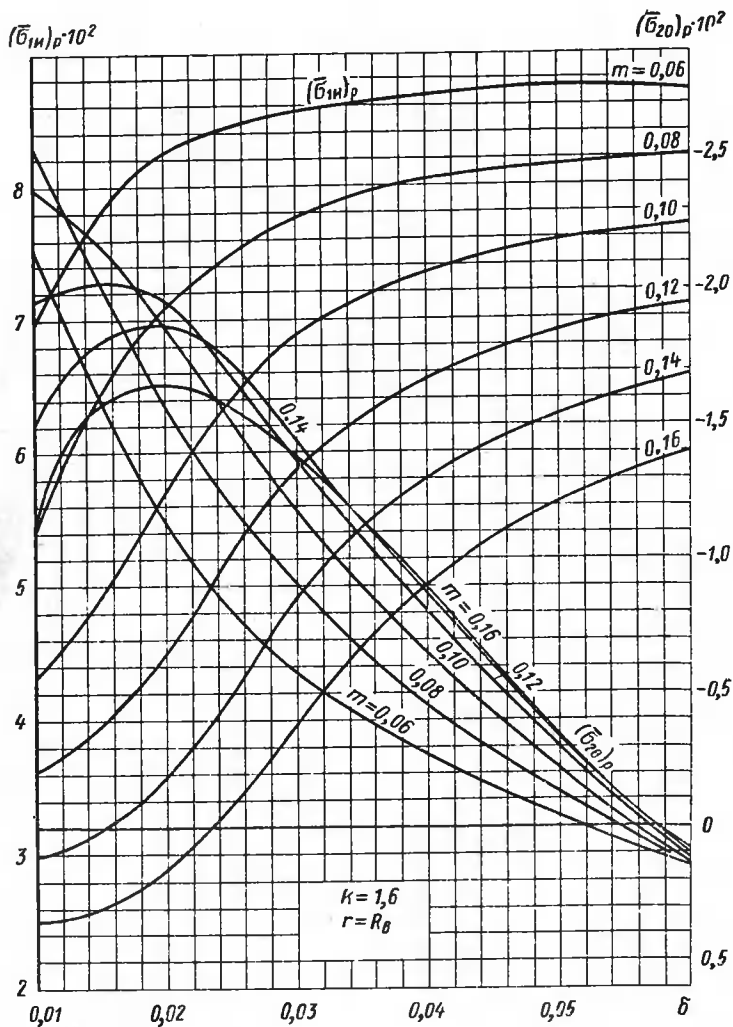


Рис. 25. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,6$ ;  $r=R_B$ ;  $P \neq 0$ ;  $w=0$ .

и безразмерных напряжений при свободном ходе  $w$

$$\bar{\sigma}_w = \frac{\sigma_w R_n^2 n}{E h_0 w} . \quad (21)$$

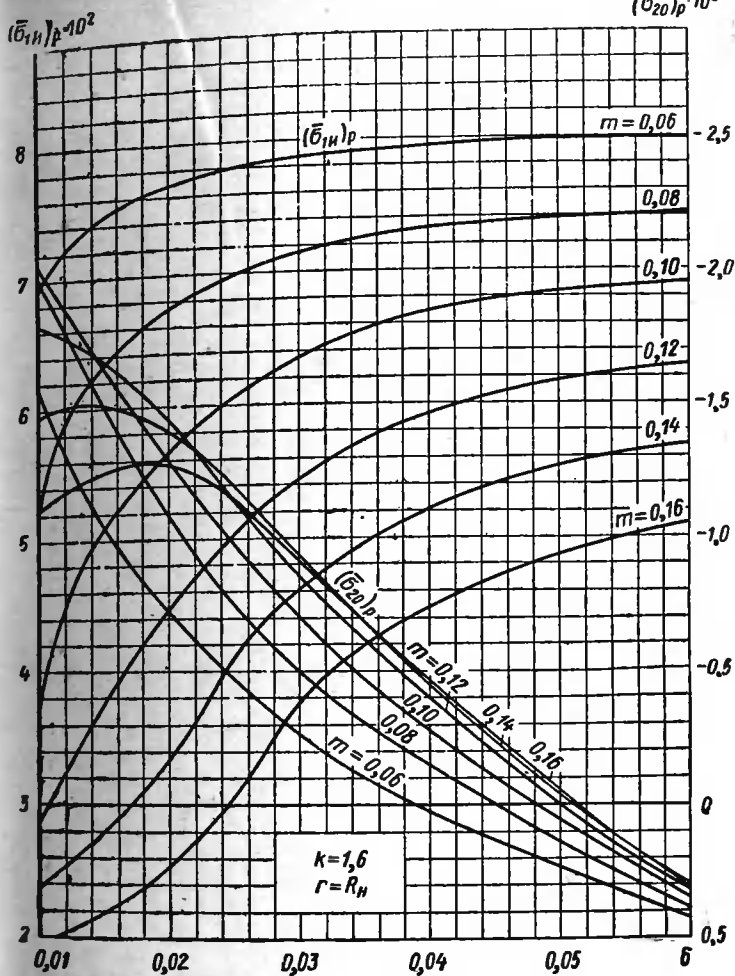


Рис. 26. Номограмма для расчета сифонов при  $k=1,6$ ;  $r=R_n$ ;  $P \neq 0$ ;  $w=0$

и в условии силовой компенсации

$$\bar{\sigma}_p = \frac{\sigma_p h_0^2}{\rho R_n^2} \quad (22)$$

в точках при  $r=R_n$  и при  $r=R_b$ , т. е. в экстремальных сечениях сифона.

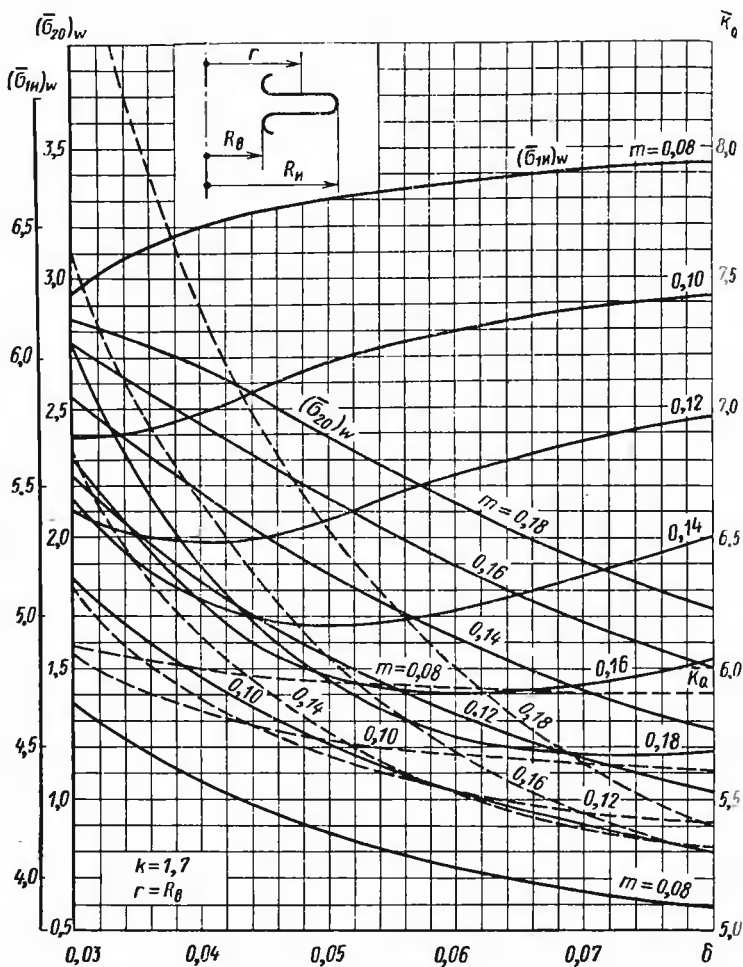


Рис. 27. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1.7$ ;  
 $r=R_8$ ;  $p=0$ ;  $\omega \neq 0$

На номограммах не отображены мембранные меридиональные напряжения  $\sigma_{10}$ , поскольку они на порядок меньше изгибных напряжений (п. 6). Кроме того, напряжение  $\sigma_{10}$  в экстремальных сечениях можно легко определить из условия равновесия

$$\sigma_{10} = \frac{\rho \pi r^2 + Q}{2\pi r h} . \quad (23)$$

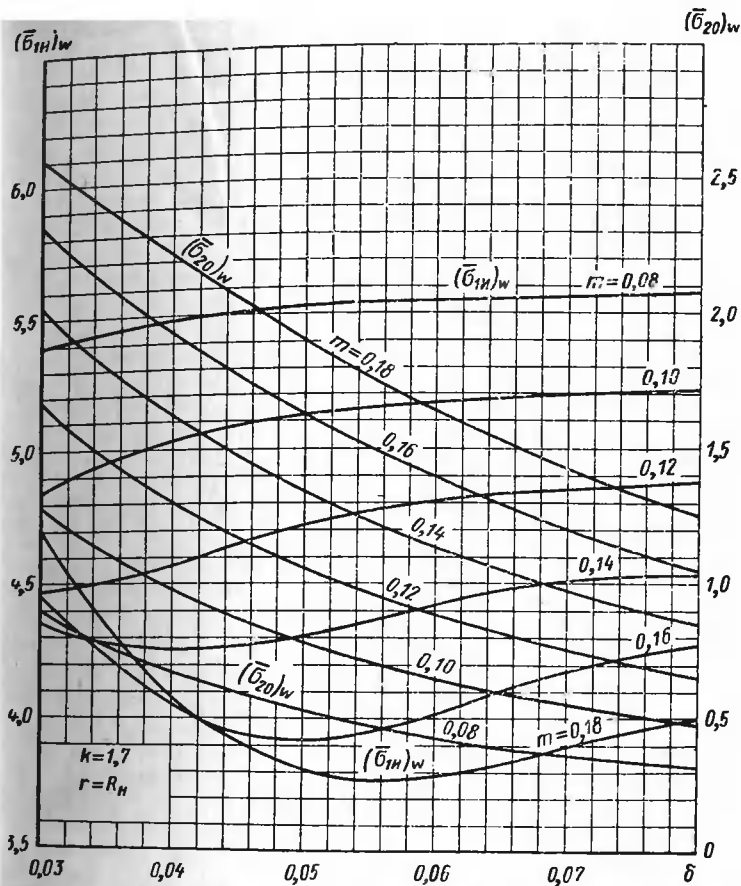


Рис. 28. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,7$ ;  $r=R_n$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$

При определении  $\sigma_{10}$  в вершине или во впадине нужно в выражение (23) подставить соответственно  $r=R_n$  или  $r=R_b$ , а также толщину  $h$ , которую в любом месте профиля можно найти с помощью выражения (15). Осевую растягивающую силу  $Q$  находят в общем случае по формуле

$$Q = K_Q w - p F_{\text{эф}}$$

( $K_Q$  — жесткость сильфона по силе).

На номограммах опущены также окружные изгибные напряжения, которые в экстремальных сечениях можно определить согласно зависимости

$$(\mu \text{ — коэффициент Пуассона}) \quad \sigma_{21} = \mu \sigma_{11}. \quad (24)$$

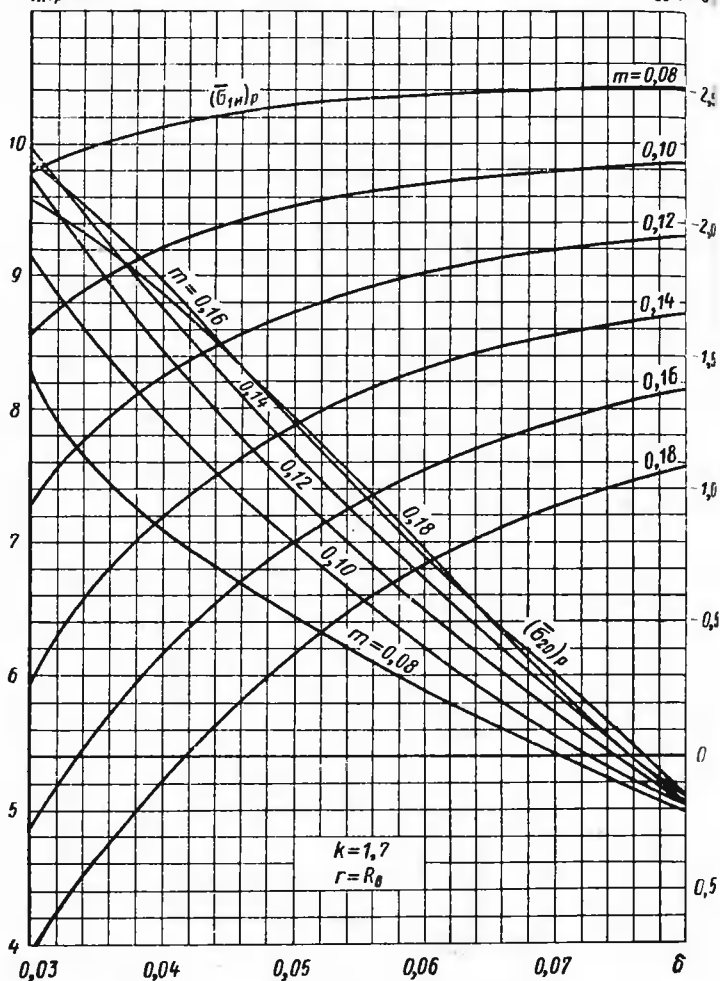
$(\bar{\sigma}_{1n})_p \cdot 10^2$  $(\bar{\sigma}_{20})_L \cdot 10^2$ 

Рис. 29. Номограмма для расчета силфонов при  $k=1,7$ ;  $r=R_0$ ;  
 $P \neq 0$ ;  $w=0$

На номограммах даны кривые меридиональных изгибных напряжений  $\bar{\sigma}_{1n}$ , которые, как показано в п. 6, являются определяющими и кривые окружных мембранных напряжений  $\bar{\sigma}_{20}$ .

В целях упрощения расчета на номограммах приведены максимальные значения напряжений  $\bar{\sigma}_{1n}$ , независимо от того, где они воз-

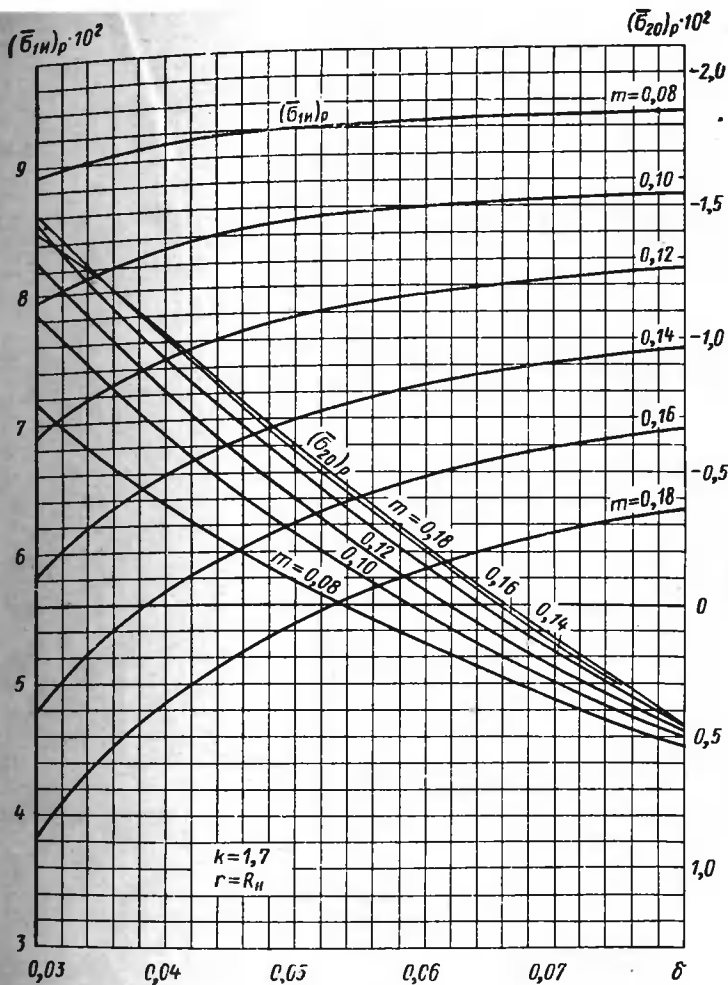


Рис. 30. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,7$ ;  $r=R_H$ ;  
 $P \neq 0$ ;  $w=0$

никают: в экстремальном сечении или вблизи от него. Это вносит некоторую погрешность в величины главных и эквивалентных напряжений. Однако, как показали многочисленные сопоставления с результатами точного решения на ЭВМ, в большинстве случаев напряжения, рассчитанные по номограммам, на 5—10% больше точных. В тех же случаях, когда опасная точка остается в экстремальном сечении, расчет по номограммам (с учетом  $\sigma_{10}$ ) практически совпадает с точным.

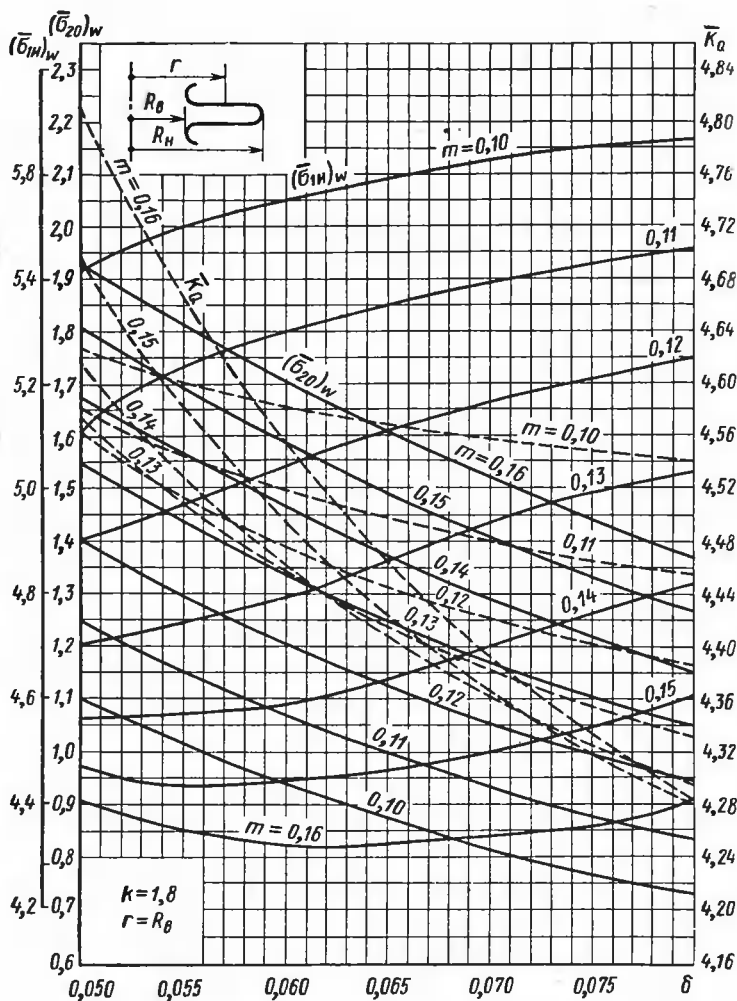


Рис. 31. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,8$ ;  
 $r=R_0$ ;  $p=0$ ;  $\omega \neq 0$

Если размеры сильфона известны, то с помощью номограмм можно легко провести поверочный расчет однослойного сильфона. По входным параметрам  $k$ ,  $m$ ,  $\delta$  отыскивают положение точки, отображающей данный сильфон на номограмме.

По формулам (23) и (24) подсчитывают напряжения  $\sigma_{10}$ ,  $\sigma_{20}$  и главные напряжения в меридиональном ( $\sigma_1$ ) и окружном ( $\sigma_2$ ) направлениях (19).

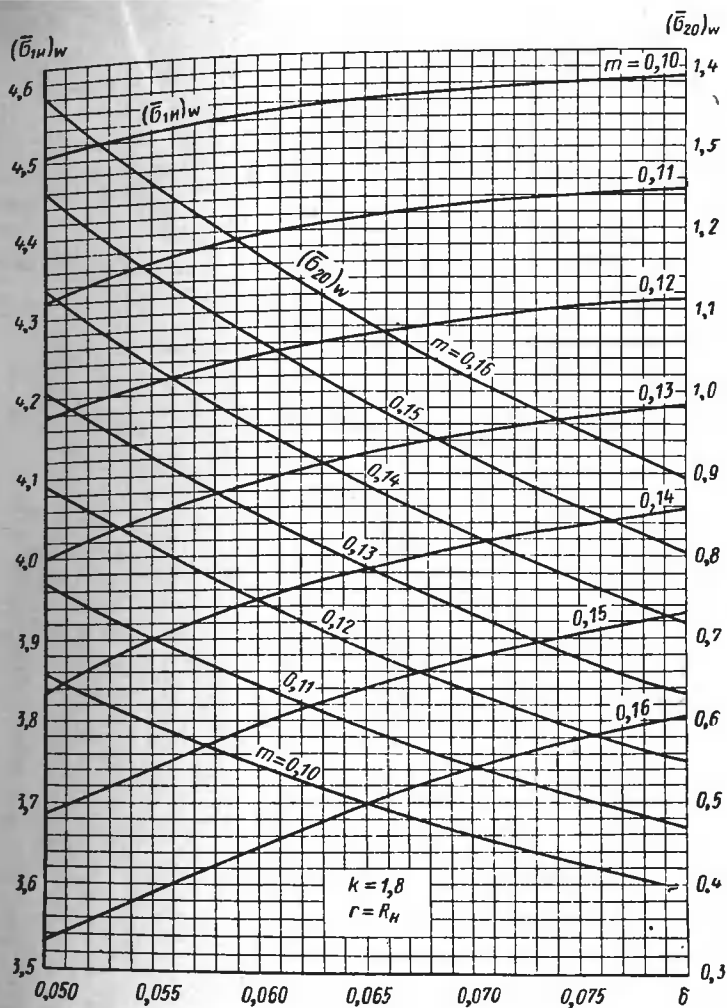


Рис. 32. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,8$ ;  $r=R_n$ ;  $p=0$ ;  $w \neq 0$

Знаки составляющих напряжений в зависимости от положения точки (A, B, C, D на рис. 35) и от схемы нагружения указаны в табл. 1. Принято следующее правило знаков: перемещение  $w$  и сила  $Q$  положительны при удлинении сильфона; давление, нагружающее сильфон изнутри, также считается положительным. По главным напряжениям подсчитывают эквивалентные напряжения

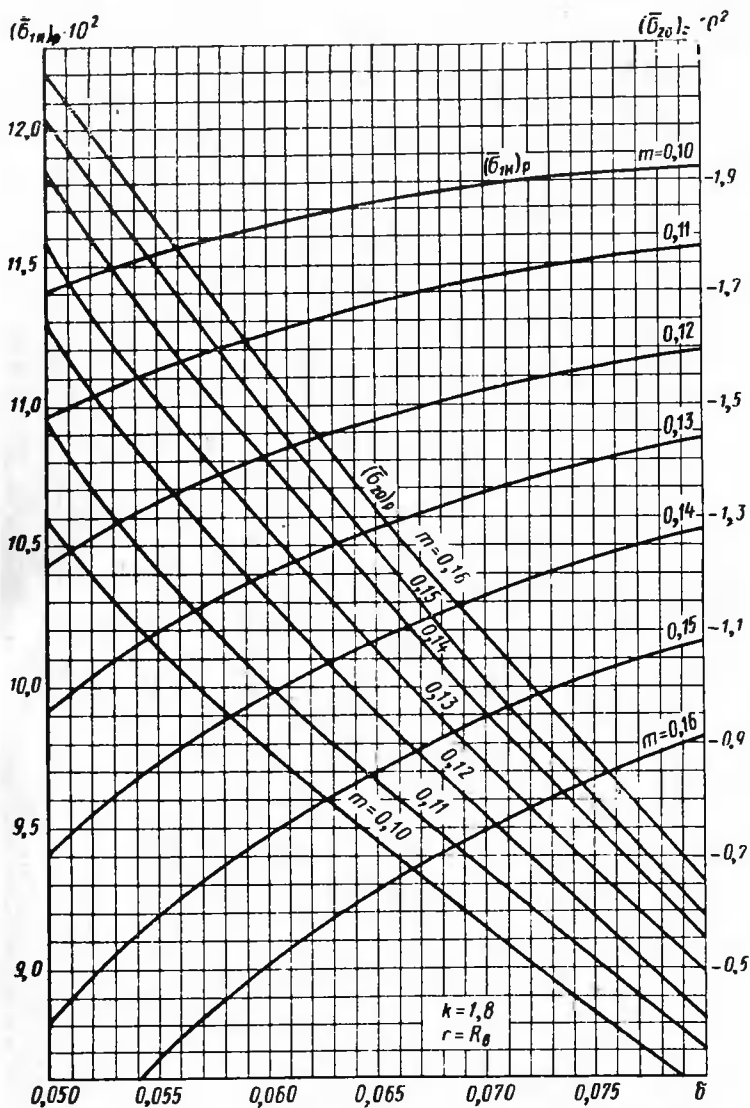


Рис. 33. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1.8$ ;  $r=R_0$ ;  
 $P \neq 0$ ;  $w=0$

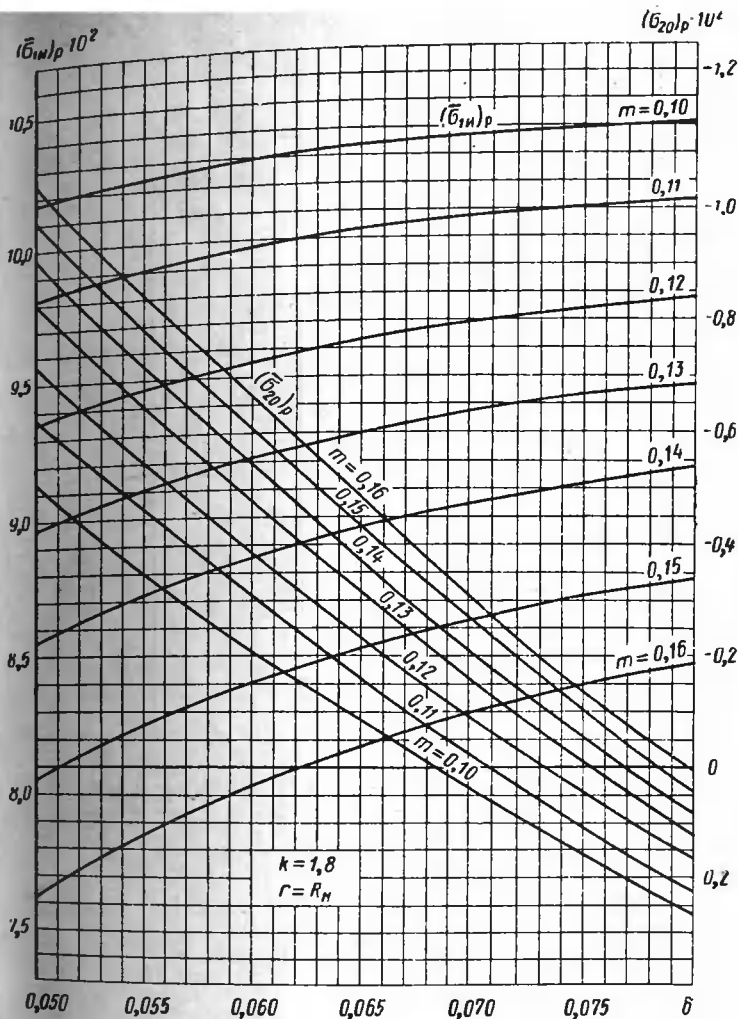


Рис. 34. Номограмма для расчета сильфонов при  $k=1,8$ ;  $r=R_H$ ;  $P \neq 0$ ;  $w=0$ .

(18) и находят положение опасной точки. По  $\sigma_{экв}$  оценивают коэффициент запаса.

**Пример 1.** Определить жесткость и наибольшее эквивалентное напряжение в сильфоне при растяжении силой  $Q$  на  $w=3$  мм. Размеры сильфона:  $D_B=2R_B=37,8$  мм;  $D_B=2R_B=25,2$  мм;  $h_0=0,252$  мм;  $r_B=r_B=1,26$  мм;  $n=5$ , материал — сплав 36НХТЮ,  $E=21000$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Знаки напряжений

Напряжение	Знаки напряжений в точках				Нагрузка	
	A	B	C	D	Давление	Ход
$\sigma_{10}$	-	-	+	+	$p > 0$ (внутреннее)	$w = 0$
$\sigma_{20}$	-	-	-	-		
$\sigma_{1н}$ $\sigma_{2н}$	-	+	-	+		
$\sigma_{10}$	+	+	+	+	$p = 0$	$w > 0$ (растяжение)
$\sigma_{20}$	+	+	-	-		
$\sigma_{1н}$ $\sigma_{2н}$	+	-	-	+		

Напомним, что при расчете сифона все размеры должны быть взяты по средней линии профиля.

Решение.

Определим безразмерные параметры:

$$k = \frac{R_H}{R_B} = \frac{18,9}{12,6} = 1,5;$$

$$\delta = \frac{h_0}{R_B} = \frac{0,252}{12,6} = 0,02;$$

$$m = \frac{r_B}{R_B} = \frac{1,26}{12,6} = 0,10.$$

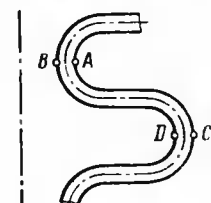


Рис. 35. Опасные точки сифона

По этим величинам по номограмме (см. рис. 19) найдем значения относительных напряжений  $(\bar{\sigma}_{1н})_w$  и  $(\bar{\sigma}_{20})_w$  во впадине (при  $r = R_B$ ) и по другой номограмме (см. рис. 20) — в вершине (при  $r = R_H$ )

$$\text{при } r = R_B \quad (\bar{\sigma}_{1н})_w = 7,6; \quad (\bar{\sigma}_{20})_w = 3,33;$$

$$\text{при } r = R_H \quad (\bar{\sigma}_{1н})_w = 6,54; \quad (\bar{\sigma}_{20})_w = 2,83.$$

Точки наружного закругления ( $r=R_n$ ) менее нагружены и в дальнейшем не рассматриваются.

По формулам (21) и (22) подсчитаем меридиональные и окружные напряжения при  $r=R_n$ :  $\sigma_{1n}=67,5$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{20}=29,6$  кгс/мм<sup>2</sup>.  
Окружное изгибное напряжение при  $r=R_n$   $\sigma_{2n}=0,3 \cdot 67,5 = 20,2$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Знаки составляющих напряжений в точках  $A$  и  $B$  впадины определим по табл. 1 при  $w>0$  и по формуле (19) вычислим главные напряжения. При этом напряжение  $\sigma_{10}$  можно не учитывать, так как  $\sigma_{10} \ll \sigma_{1n}$ .

Для точки  $A$   $\sigma_1 \approx \sigma_{1n} = 67,5$  кгс/мм<sup>2</sup>;

$$\sigma_2 = \sigma_{20} + \sigma_{2n} = 29,6 + 20,2 = 49,8 \text{ кгс/мм}^2;$$

для точки  $B$   $\sigma_1 \approx -\sigma_{1n} = -67,5$  кгс/мм<sup>2</sup>;

$$\sigma_2 = \sigma_{20} - \sigma_{2n} = 29,6 - 20,2 = 9,4 \text{ кгс/мм}^2.$$

По зависимости (18) определим эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{экв}}^A = \sqrt{67,5^2 + 49,8^2} - 67,5 \cdot 49,8 = 60,6 \text{ кгс/мм}^2;$$

$$\sigma_{\text{экв}}^B = 72,6 \text{ кгс/мм}^2.$$

Более опасной оказалась точка  $B$  (рис. 35).

Итак,  $(\sigma_{\text{экв}})_{\text{max}} = 72,6$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Жесткость сильфона может быть определена по номограмме, показанной на рис. 19. По штриховой линии, характеризующей относительную жесткость, найдем  $\bar{K}_Q = 12,4$  и, пользуясь зависимостью (17), вычислим жесткость сильфона

$$K_Q = \bar{K}_Q \frac{\pi E \cdot h_0^3}{R_n^2 n} = 12,4 \frac{3,14 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,252^3}{18,9^2 \cdot 5} = 7,3 \text{ кгс/мм}.$$

**Пример 2.** Определить напряжение в сильфоне при нагружении внутренним давлением  $p=10$  кгс/см<sup>2</sup> и силой  $Q$  при ходе  $w=0$  (условия силовой компенсации). Размеры сильфона, те же, что и в примере 1.

**Решение.**

Относительные напряжения  $\bar{\sigma}_p$  находим по номограмме (см. рис. 21, 22)

$$\text{при } r = R_n (\bar{\sigma}_{1n})_p = 0,044, (\bar{\sigma}_{20})_p = 0,0115;$$

$$\text{при } r = R_n (\bar{\sigma}_{1n})_p = 0,042, (\bar{\sigma}_{20})_p = 0,0082.$$

Внутренние закругления ( $r=R_n$ ) более нагружены.

По формулам (22) вычисляем напряжения, возникающие в сильфоне, при  $r=R_n$   $\sigma_{1n}=24,8$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{20}=6,47$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Знаки составляющих напряжений выбираем согласно табл. 1. По формуле (19) определяем главные напряжения в точках  $A$  и  $B$  (рис. 35):

в точке  $A$   $\sigma_1 = -24,8$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = -13,9$  кгс/мм<sup>2</sup>;

в точке  $B$   $\sigma_1 = 24,8$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = 0,97$  кгс/мм<sup>2</sup>.

и по формуле (18) находим эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{эKB}}^A = 21,53 \text{ кгс/мм}^2; \quad \sigma_{\text{эKB}}^B = 24,3 \text{ кгс/мм}^2.$$

**Пример 3.** Под действием внутреннего давления  $p=50$  кгс/см<sup>2</sup> сильфон совершает ход  $w=2,5$  мм до упора. Требуется определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ . Размеры сильфона:  $D_H=11$  мм;  $D_B=6,4$  мм;  $h_0=0,15$  мм;  $n=15$ ;  $r_H=r_B=0,5$  мм;  $E=13500$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_T=120$  кгс/мм<sup>2</sup>.

**Решение.**

Пользуясь принципом независимости действия сил, по методике изложенной выше, определим главные напряжения отдельно при ходе  $w=2,5$  мм под действием силы  $Q$  и при действии давления  $p=50$  кгс/см<sup>2</sup> при  $w=0$ . Знаки напряжений выберем в соответствии с направлением нагрузки по табл. 1. Затем определим суммарные главные напряжения для заданных условий нагружения.

Входные параметры равны

$$k = \frac{R_H}{R_B} = \frac{5,5}{3,2} = 1,7; \quad m = \frac{r_B}{R_B} = \frac{0,5}{3,2} = 0,156;$$

$$\delta = \frac{h_0}{R_B} = \frac{0,15}{3,2} = 0,047.$$

Значения относительных напряжений  $\bar{\sigma}_w$  (при ходе  $w$ ), найденные по номограмме (рис. 27 и 28), и значения напряжений  $\bar{\sigma}_p$  при действии давления, найденные по номограмме (рис. 29 и 30), а также величины напряжений  $\sigma_{1H}$  и  $\sigma_{20}$ , вычисленные по формулам (21) и (22), указаны в табл. 2.

К решению примера 3

Т а б л и ц а

Точка	$\bar{\sigma}_{1H} w$	$\bar{\sigma}_{20} w$	$\bar{\sigma}_{1H} p$	$\bar{\sigma}_{20} p$	$w=2,5$ мм		$p=0,5$ кгс/мм <sup>2</sup>	
					$\sigma_{1H}'$ кгс/мм <sup>2</sup>	$\sigma_{20}'$ кгс/мм <sup>2</sup>	$\sigma_{1H}'$ кгс/мм <sup>2</sup>	$\sigma_{20}'$ кгс/мм <sup>2</sup>
$r=R_B$ . . . . .	4,83	2,23	0,0676	0,0139	54,0	24,9	45,3	9,31
$r=R_H$ . . . . .	3,93	1,72	0,0608	0,007	43,9	19,2	40,7	4,7

Дальнейшие вычисления проводим для точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  (рис. 35), устанавливая знаки напряжений по табл. 1, для случая  $p > w > 0$ . Определим суммарные напряжения  $\sigma_{1H}$  и  $\sigma_{20}$  по формулам (20), окружные изгибные напряжения  $\sigma_{2H}$  — по формуле (24), главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  по формуле (19), эквивалентное  $\sigma_{\text{эKB}}$  по формуле (18). Результаты расчетов приведены в табл. 3.

Опасной оказалась точка  $D$ , где оба напряжения  $(\sigma_{1H})_D$  и  $(\sigma_{2H})_D$  положительны.

Коэффициент запаса

$$n_T = \frac{\sigma_T}{(\sigma_{\text{эKB}})_{\text{max}}} = \frac{120}{85,4} \approx 1,41.$$

К решению примера 3

Точка	$(\sigma_{1n})_w$	$(\sigma_{1n})_p$	$\sigma_{1n}$	$\sigma_{2n}$	$(\sigma_{2n})_w$	$(\sigma_{2n})_p$	$\sigma_{2n}$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_{экв}$
	кгс/мм <sup>2</sup>									
A	54,0	-45,3	8,7	2,6	24,9	-9,3	15,6	8,7	18,2	15,8
B	-54,0	45,3	-8,7	-2,6	24,9	-9,3	15,6	-8,7	13,0	18,9
C	-43,9	-40,7	-84,6	-25,4	-19,2	-4,7	-23,9	-84,6	-49,3	73,6
D	43,9	40,7	84,6	25,4	-19,2	-4,7	-23,9	84,6	1,5	85,4

Технические требования, которым должен удовлетворять проектируемый сиффон, могут быть различными в зависимости от назначения сиффона. Соответственно по разному должна строиться и методика проектирования.

Для измерительных сиффонов основным, как правило, является требование заданной жесткости и прочности. Геометрия сиффона определяется рядом параметров. Поэтому одним и тем же требованиям в отношении жесткости могут удовлетворять сиффоны разной геометрии. В этих сиффонах будут возникать различные по величине напряжения. Вариант с наименьшими рабочими напряжениями во многих случаях можно рассматривать как оптимальный. Уменьшение напряжений не только повышает коэффициент запаса сиффона, но также снижает влияние упругих несовершенств материала, проявляющихся в виде гистерезиса, последствия, ползучести, и, следовательно, увеличивает точность и надежность сиффона.

По приведенным выше номограммам можно вести проектирование сиффона по заданной жесткости и допускаемым напряжениям. Однако в зависимости от назначения сиффона проектирование в большинстве случаев должно сопровождаться некоторыми дополнительными расчетами, например, расчетом эффективной площади, критического давления, циклической прочности и др. Эти и другие вопросы расчета сиффона изложены в последующих главах книги.

Рассмотрим примеры расчета при проектировании измерительных сиффонов.

**Пример 4.** Спроектировать сиффон, работающий по схеме силовой компенсации. Дано: наибольшее давление  $p=7,5$  кгс/см<sup>2</sup>; жесткость  $K_Q \leq 1,8$  кгс/мм; наружный радиус  $R_n=13,8$  мм, длина рабочей части сиффона  $l \leq 30$  мм. Материал сплав 36НХТЮ,  $E=21000$  кгс/мм<sup>2</sup>, предел текучести  $\sigma_T=100$  кгс/мм<sup>2</sup>; допускаемое напряжение примем  $[\sigma]=60$  кгс/мм<sup>2</sup>, что соответствует коэффициенту запаса  $n_T \approx 1,7$ .

**Решение.**

Выберем параметр гофрировки  $k=1,6$  и этим определим величину радиуса  $R_w=8,6$  мм. Размеры  $R_n$  и  $R_w$  обычно назначают, исходя из заданных габаритных размеров или из заданной величины эффективной площади (гл. III), а иногда из конструктивных соображений.

По номограмме (см. рис. 25) определяем для ряда параметров  $\delta$  (и, следовательно, ряда толщины  $h_0=\delta R_w$ ) при нескольких

значениях  $m=r_B/R_B$ , величины безразмерной жесткости  $\bar{K}_Q$  и напряжений  $\bar{\sigma}_{1n}$  (табл. 4). В условиях силовой компенсации опасная точка находится во впадине, поэтому напряжения находим по графикам (см. рис. 25), соответствующим  $r=R_B$ .

Таблица 4

К решению примера 4

$\delta$	$h_0$ в мм	$\bar{K}_Q$			$(\sigma_{1n})_p$		
		$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$
0,012	0,1032	8,80	10,6	12,60	0,0726	0,0451	0,0372
0,014	0,1204	8,68	9,96	11,64	0,0761	0,0476	0,0387
0,018	0,1550	8,48	9,10	10,31	0,0811	0,0535	0,0423
0,022	0,1895	8,38	8,53	9,45	0,0836	0,0599	0,0475
0,030	0,2580	8,30	7,92	8,32	0,0855	0,0687	0,0586

По формуле (17), зная требуемую жесткость  $K_Q$ , определяем число гофров  $n$  и длину сильфона  $l=tn=4mR_Bn$ . Так как длина сильфона ограничена техническими требованиями  $l \leq 30$  мм, то некоторые варианты исключаются из дальнейшего рассмотрения (отмечены звездочкой в табл. 5).

Таблица 5

К решению примера 4

$\delta$	$n$			$l$ в мм		
	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$
0,012	2	2	3	4,1	6,9	12,4
0,014	3	3	4	6,2	10,3	16,5
0,018	6	7	7	12,4	24,1	29,0
0,022	11	11	12	22,7	37,9*	49,5*
0,030	28	26	28	57,7*	89,4*	115,6*

Оставшиеся варианты проверяем по напряжениям. По формуле (22) подсчитываем меридиональные изгибные напряжения  $\sigma_{1n}$ , которые, как указывалось в п. 6, являются определяющими. Те варианты, для которых напряжение  $\sigma_{1n}$  выше допускаемого  $[\sigma]=60$  кгс/мм<sup>2</sup>, также исключаем.

В табл. 6, которую при необходимости можно дополнить промежуточными вариантами, оставлено семь вариантов, удовлетворяющих техническим требованиям по жесткости, напряжениям и габаритным размерам. Выбор окончательного варианта зависит от назначения сильфона и конкретных требований к нему. Так, например, если важно получить сильфон с минимальной жесткостью, то можно увеличить число гофров  $n$  (при этом величина напряжений не изменится, так как ход сильфона  $w=0$ ). Сильфон с параметрами  $\delta=0,012$  и  $m=0,12$  можно увеличить по длине примерно в 2,5 раза за счет увеличения числа  $n$  до 8 (см. табл. 5).

К решению примера 4

$\delta$	$\sigma_{II}$ в кгс/мм <sup>2</sup>			$\sigma_I$ в кгс/мм <sup>2</sup>		
	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$
0,012	96,80	60,14	49,60	—	—	49,60
0,014	74,55	46,63	37,91	—	46,63	37,91
0,018	48,06	31,70	25,06	48,06	31,70	25,06
0,022	33,15	23,75	18,85	33,15	—	—
0,030	18,24	14,65	8,62	—	—	—

Тогда его жесткость соответственно снизится до  $K_Q=0,6 \div \div 0,7$  кгс/мм.

Если же к сильфону предъявляются высокие требования по циклической прочности или надежности, то желательно снизить уровень рабочих напряжений. Тогда можно остановиться на сильфоне  $\delta=0,018$  и  $m=0,12$ , для которого  $\sigma_{II} \approx 25$  кгс/мм<sup>2</sup>. Для уточнения коэффициента запаса этого сильфона определим главные и эквивалентные напряжения в точках *A* и *B* внутреннего закругления по формулам (19) и (18):

в точке *A*  $\sigma_1 = -25,1$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = -19,44$  кгс/мм<sup>2</sup>;

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = 22,8 \text{ кгс/мм}^2;$$

в точке *B*  $\sigma_1 = 25,1$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = -4,4$  кгс/мм<sup>2</sup>;

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = 27,5 \text{ кгс/мм}^2.$$

Опасной оказалась точка *B* на внутренней поверхности сильфона. Коэффициент запаса от  $n_T=1,7$  (см. условие) повысится до

$$n_T = \frac{\sigma_T}{(\sigma_{\text{ЭКВ}})_{\text{max}}} = \frac{100}{27,5} = 3,6.$$

Рассмотрим проектирование сильфона в более сложном случае, когда под действием давления он совершает заданный ход до упора. Проектирование может быть осуществлено примерно по той же схеме, как и в предыдущем случае. Из расчета на жесткость определяется число гофров и затем — длина сильфона. При определении напряжений используется принцип независимости действия сил (см. решение примера 3).

**Пример 5.** Сильфон совершает ход  $w=1$  мм до упора. Требования по жесткости и габаритным размерам такие же, как в примере 4. Требуется спроектировать сильфон с наибольшим коэффициентом запаса по текучести.

**Решение.**

Начало решения, т. е. выбор параметров  $\delta$  и  $m$ , определение числа гофров и длины сильфона остается таким же, как и в примере 4 (табл. 4 и 5). В условиях  $p \neq 0$ ,  $w \neq 0$  напряжения будут выше, чем в предыдущем случае ( $p \neq 0$ ,  $w=0$ ), поэтому сохраним те же варианты, которые были оставлены в табл. 6 после исключения вариантов, не удовлетворяющих требованиям по длине и по напряжениям  $\sigma_{II}$ . Пересчитаем для этих вариантов величины

напряжений, добавив к напряжениям от давления при  $\omega=0$  напряжения от хода  $\omega$  согласно равенству (20).

Поскольку положение опасной точки в общем случае нагружения может быть как на внутреннем ( $r=R_B$ ), так и на наружном круглении ( $r=R_H$ ), определим сначала изгибные напряжения этих сечений. Для этого пользуемся номограммами, приведенными на рис. 23, 24, 25, 26. Найденные значения напряжений указаны в табл. 7. Те варианты, в которых  $\sigma_{IH} > [\sigma] = 60 \text{ кгс/мм}^2$ , исключаются.

К решению примера 5

Таблица

$\delta$	$\sigma_{IH}$ в кгс/мм <sup>2</sup> при $r=R_B$			$\sigma_{IH}$ в кгс/мм <sup>2</sup> при $r=R_H$		
	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$	$m=0,06$	$m=0,10$	$m=0,12$
0,012	—	—	17,8	—	—	69
0,014	—	14,63	12,11	—	73,4	56
0,018	26,06	15,2	7,66	64,5	46,4	39
0,022	8,25	—	—	43,7	—	—

ем. Из оставшихся вариантов наименьшие напряжения  $\sigma_{IH}$  в сифоне с параметрами  $\delta=0,018$ ,  $m=0,12$ . Для этого сифона определяем главные и эквивалентные напряжения в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (см. методику решения примера 3). Результаты расчета представлены в табл. 8. Опасной оказалась точка  $D$  на внутренней поверхности

К решению примера 5

Таблица

Точка	$(\bar{\sigma}_{20})_p$	$(\bar{\sigma}_{20})_\omega$	$(\sigma_{20})_p$	$(\sigma_{20})_\omega$	$\sigma_{20}$	кгс/мм <sup>2</sup>				$\sigma_{\text{экв}}$
						$\sigma_{IH}$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	
A	0,0202	3,3	-11,97	8,07	-3,9	-7,84	-7,84	-5,73	7,84	7,84
B	0,0202	3,3	-11,97	8,07	-3,9	7,84	7,84	-2,07	9,91	9,91
C	0,0154	2,9	-9,13	-7,09	-11,22	-38,96	-38,96	-27,9	34,7	34,7
D	0,0154	2,9	-9,13	-7,09	-16,22	38,96	38,96	-4,53	41,49	41,49

ности вершины гофра. Коэффициент запаса

$$n_T = \frac{\sigma_T}{(\sigma_{\text{экв}})_{\text{max}}} = \frac{100}{41} \approx 2,5,$$

## 8. НЕЛИНЕЙНОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛЬФОНА

Нелинейность упругой характеристик сильфона зависит от его геометрии и величины перемещений и, как правило, невелика. Ее можно не учитывать при расчетах сильфонов, работающих в качестве разделителей, компенсаторов и упругих выводов. Если сильфон используется в качестве упругого элемента и работает совместно с пружиной, то при условии малой жесткости сильфона по сравнению с жесткостью пружины, нелинейность такого измерительного узла определяется в основном свойствами пружины.

Расчет с учетом нелинейности характеристики необходим при использовании сильфона в качестве измерительного элемента, непосредственно преобразующего давление в перемещение.

Экспериментальные характеристики сильфонов по силе  $Q$  или по давлению  $p$  уже в области средних перемещений ( $w/2nh \leq 1$ ) заметно отличаются от линейных характеристик. Поэтому, строго говоря, линейные характеристики (экспериментальные или расчетные) отражают только начальное состояние упругого элемента (при  $p \rightarrow 0$ ); при нагрузке они отражают поведение упругого элемента с некоторой погрешностью.

В сильфонах, используемых в приборостроении, взаимное перемещение экстремальных сечений полуволны могут на порядок и более превосходить толщину стенки. В этих случаях нелинейность характеристик становится существенной. Некоторые экспериментальные данные о нелинейности характеристик сильфонов, изготовленных из бериллиевой бронзы, по давлению  $p$  и силе  $Q$  приведены в табл. 9. За положительную принята нагрузка, вызывающая удлинение сильфона.

Таблица 9

Нелинейность характеристик сильфонов

Тип сильфона	Нагрузка		Нелинейность характеристик, %
	Давление, кгс/см <sup>2</sup>	Сила, кгс	
38×6×0,12 (D×n×h <sub>0</sub> )	0÷0,6	—	6,4
	0÷—0,375	—	3,2
	—	0÷6	8,0
52×4×0,12	0÷1,0	0÷—6	5,8
	0÷—0,45	—	18,0
	—	0÷10	17,0
64×7×0,10	0÷0,3	0÷—6	14,7
	0÷—0,3	—	17,7
	—	—	23,3
100×8×0,19	—	0÷6,3	23,3
	0÷0,3	0÷—2,8	22,7
	0÷—0,03	—	23,8
	—	—	13,6
	—	0—16	13,7
	—	0÷—16	13,4
	—	—	10,4

Нелинейность характеристик сильфона  $64 \times 7 \times 0,10$  ( $D \times n \times h_0$ ) (материал бронза Бр. Б2) по давлению и силе соответственно равна 23,3 и 22,7% (рис. 36, а и б) при взаимном перемещении экстремальных сечений полуволны гофра  $w/2nh=13$ . Здесь нелинейность определяется как наибольшее отклонение по ходу действительной характеристики от линейной, отнесенное к полному ходу сильфона.

На рис. 37 даны результаты линейного и нелинейного решений, выполненных численным методом (см. п. 3), а также экспериментальная характеристика сильфона  $38 \times 8 \times 0,12$ . Размеры сильфона:  $R_n=19$  мм,  $R_b=12,75$  мм,  $r=r_n=r_b=0,75$  мм,  $h_0=0,12$  мм,  $n=6$ . Сильфон изготовлен без уплотнения гофров механогидравлическим способом из бронзы Бр. Б2. В этом случае при  $p=0,5$  кгс/см<sup>2</sup> расхождение линейного и нелинейного решений составляет 33%. Нелинейное решение и эксперимент расходятся незначительно.

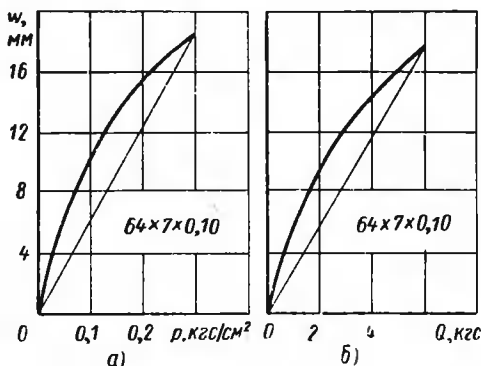


Рис. 36. Характеристики сильфона:  
а — по давлению; б — по силе

Жесткость и нелинейность сильфонов в большей степени зависят от параметра уплотнения гофра  $\kappa_t = \frac{t-t_0}{t_0}$  ( $t_0$  и  $t$  — шаг неуплотненного и уплотненного гофра). Предварительное поджатие гофров ( $\kappa_t < 0$ ) может снизить начальную жесткость (пропорциональную тангенсу угла между касательной к характеристике в начале координат и осью ординат) (рис. 38). Однако если, поджатие велико, жесткость может даже возрасти. Предварительно растянутый сильфон ( $\kappa_t > 0$ ) имеет большую начальную жесткость, чем неуплотненный. Это справедливо при  $p > 0$ . При  $p < 0$  жесткость растянутых сильфонов в основном уменьшается с ростом давления.

Объяснение механизма проявления указанных свойств сильфонов при нагружении их силой в линейной области было дано

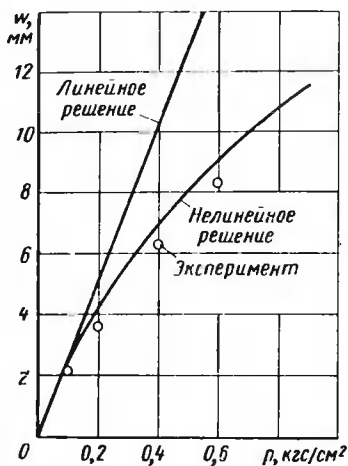


Рис. 37. Расчетные и экспериментальная характеристики

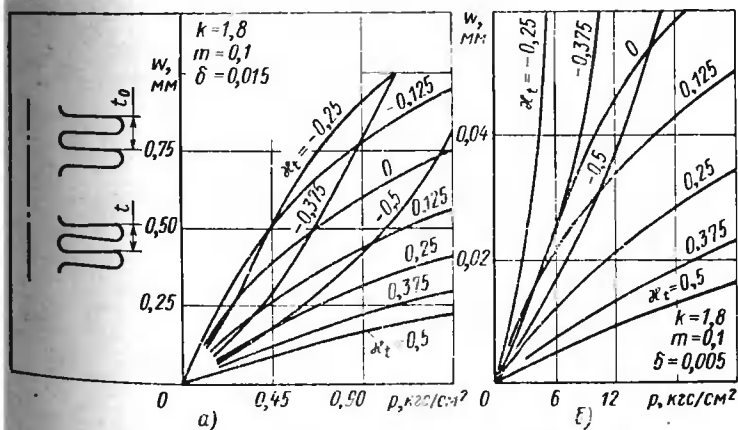


Рис. 38. Характеристики сильфонов с уплотненным гофром

В. И. Феодосьевым [53]. Оно основано на анализе радиальных перемещений и связанных с ними окружных мембранных усилий (напряжений) в различных точках контура гофра и применимо к сильфонам практически при любых перемещениях.

При  $\kappa_1 = 0$  удлинение сильфона сопровождается радиальными перемещениями точек наружного и внутреннего торových участков навстречу друг другу (см. рис. 10,а), что ведет к появлению в этих точках соответственно сжимающих и растягивающих окружных усилий.

Если гофры предварительно поджаты, то при растяжении сильфона конусная часть гофра поворачивается и появляются радиальные перемещения ее краев, противоположные по знаку вышеупомянутым перемещениям торových участков. Вследствие этого при том же ходе сильфона суммарные окружные силы, а следовательно, и жесткость оказываются меньше. Это иллюстрируется, например, характеристиками  $\kappa_1 = -0,125$  и  $\kappa_1 = -0,25$ , представленными на рис. 38,а и б соответственно. При прочих одинаковых параметрах существует оптимальное значение параметра  $\kappa_1 = \kappa_1^*$ , при котором начальная жесткость минимальна.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ПЛОЩАДИ, ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ СИЛЬФОНОВ

Одним из основных параметров сильфона является его эффективная площадь, которая характеризует способность сильфона преобразовывать давление в усилие. Величину эффективной площади необходимо знать при расчете узла чувствительного элемента, когда сильфон работает совместно с винтовой цилиндрической пружиной или с другим упругим или жестким преобразователем.

Особенно высокие требования предъявляются к сильфону в отношении стабильности его эффективной площади, если сильфон используется в качестве чувствительного элемента прибора, работающего по принципу силовой компенсации. При проектировании таких сильфонов расчет должен давать информацию об изменении эффективной площади в рабочем диапазоне давления.

Установка сильфонов при сборке узлов выполняется с определенными допусками на линейные и угловые размеры. Это иногда приводит к искривлению оси сильфона, которое оказывает влияние на зависимость эффективной площади от давления. В работе дан анализ этого влияния для различных схем установки сильфона в приборах силовой компенсации. Такой анализ связан с рассмотрением изгиба сильфона и с определением его изгибной жесткости.

Определение изгибной жесткости имеет и самостоятельное значение. Оно необходимо при проектировании сильфонов, используемых в качестве упругих выводов угловых перемещений, при расчете сильфонов на устойчивость, при изучении поперечных колебаний сильфонов и т. д.

### 9. ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

В большинстве случаев применения сильфонов перемещение дна сильфона бывает ограничено жестким или упругим упором. При этом помимо давления  $P$  сильфон нагружается осевой силой  $Q$ .

Так, например, если сильфон работает совместно с винтовой цилиндрической пружиной, то перемещение сильфона под действием давления определяется суммарной жесткостью сильфона и пружины, в этом случае сильфон нагружается помимо давления силой  $Q$ , равной силе упругости пружины.

Перемещение дна сильфона может быть ничтожно малым, если сильфон работает совместно с преобразователем, имеющим достаточно большую жесткость. Это, в частности, имеет место, когда преобразователем является пьезоэлектрический, струнный, частот-

ный, магнито-упругий датчик, а также некоторые типы полупроводниковых и проволочных тензодатчиков.

Сильфоны, применяемые в приборах силовой компенсации, также работают, практически, без осевых перемещений дна (см. рис. 2,б).

Сильфоны-компенсаторы осевых смещений трубопроводов и сильфонные упругие уплотнения также работают при совместном воздействии давления  $p$  и усилия  $Q$ .

Во всех этих случаях при расчете и проектировании сильфонов необходимо знать величину силы  $Q$ . Связь между силой  $Q$  и давлением  $p$  осуществляется через эффективную площадь  $F_{эф}$ , которая является одним из основных параметров сильфона.

Если сильфон преобразует давление  $p$  в усилие  $Q$  при прогибе  $w=0$ , то

$$Q = pF_{эф}. \quad (25)$$

Усилие  $Q$ , с которым сильфон воздействует на жесткий или упругий упор, называется перестановочной силой. Если жесткий упор находится на расстоянии  $w_0$  от дна ненагруженного сильфона, то усилие  $Q$  равно

$$Q = (p - p_0) F_{эф},$$

где  $p$  — рабочее давление;

$p_0$  — давление, при котором сильфон вступает в контакт с упором;

$$p_0 = K_p w_0$$

( $K_p$  — жесткость сильфона по давлению).

Величина эффективной площади связана с изменением  $\Delta V$  объема внутренней полости сильфона и перемещением  $w$  следующей зависимостью

$$\Delta V = F_{эф} w.$$

Определение величины  $\Delta V$  требуется во многих случаях, в частности, при применении сильфона в качестве компенсатора теплового расширения жидкости, например, в поплавковых гироскопических приборах.

Требования, предъявляемые к сильфону в отношении его эффективной площади, а также методика ее расчета, зависят от назначения сильфона.

Если сильфон применяется как компенсатор теплового расширения трубопровода или как упругое уплотнение, то знание эффективной площади необходимо только для определения рабочего усилия в системе. В подобных случаях вполне достаточно знать приближенное значение эффективной площади, определяемое, например, какой-либо эмпирической формулой.

Требования к точности определения эффективной площади существенно возрастают, если сильфон используется в качестве чувствительного элемента прибора.

В большинстве работ, посвященных расчетам сильфона, его рассматривают как элемент с линейной характеристикой, и соответственно решение проводят в линейной постановке. В результате

такого решения эффективная площадь может быть определена как отношение

$$F_{\text{эф}} = \frac{K_Q}{K_p}, \quad (26)$$

( $K_Q$  — жесткость по силе;  $K_p$  — жесткость по давлению).

В зависимости от выбранной расчетной схемы и метода расчета выражение (26) с той или иной точностью будет давать лишь начальное значение эффективной площади  $F_{\text{эф}}$ , т. е. ее значение при сколь угодно малом давлении.

С ростом нагрузки эффективная площадь изменяется вследствие свойственной сильфону геометрической нелинейности.

В условиях переменного хода сильфона эффективная площадь с учетом нелинейности определяется как производная

$$F_{\text{эф}} = \frac{dQ}{dp}.$$

На рис. 39,а показаны результаты эксперимента по определению эффективной площади сильфона в зависимости от давления в ус-

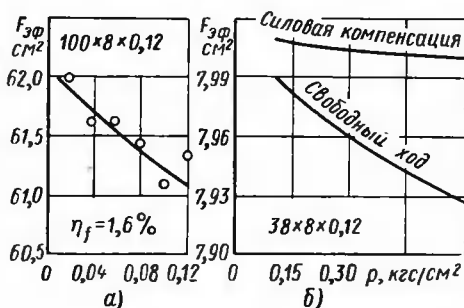


Рис. 39. Изменение эффективной площади:

а — в условиях свободного хода; б — сопоставление  $F_{\text{эф}}$  для двух видов нагружения

ловиях переменного хода. Относительное изменение  $\eta_f$  эффективной площади в рабочем диапазоне давлений составило 1,6%.

Особенно важно знать свойства эффективной площади, когда сильфон применяется для преобразования давления в усилие и работает совместно с жестким преобразователем или же в приборе силовой компенсации. В этом случае ход сильфона практически отсутствует, но и здесь эффективная площадь изменяется с давлением вследствие геометрической нелинейности сильфона. Однако величина этого изменения значительно меньше, чем в условиях переменного хода (рис. 39,б). В табл. 10 показано изменение эффективной площади сильфона  $64 \times 7 \times 0,10$ , нагружаемого внутренним давлением в условиях силовой компенсации.

Изменение эффективной площади сильфона даже на доли процента может быть существенным, поскольку эта величина является

Изменение эффективной площади

Таблица

Давление $p$ в кгс/см <sup>2</sup> . . . . .	0,5	1,0	1,5	2,0
Эффективная площадь $F_{эф}$ в см <sup>2</sup>	23,800	23,783	23,702	23,609
Относительное изменение эффективной площади $\eta_f$ в % . . . . .	0	-0,12	-0,412	-0,80

одной из основных составляющих погрешности приборов силового компенсационного типа.

Для оценки этой погрешности решение задачи должно проводиться в нелинейной постановке и с достаточно высокой точностью.

Рассмотрим методы расчета эффективной площади.

Самой популярной в инженерной практике является эмпирическая формула, согласно которой эффективную площадь определяют по среднему радиусу

$$F_{эф} = \pi R_{ср}^2, \quad (27)$$

где

$$R_{ср} = \frac{R_n + R_v}{2}.$$

В работе [81] на основе элементарной балочной теории для расчета эффективной площади получена другая также простая зависимость

$$F_{эф} = \frac{\pi}{2} (R_n^2 + R_v^2). \quad (28)$$

Согласно этой зависимости эффективная площадь равна средней площади экстремальных сечений сильфона. Эта зависимость использована в работе [76].

Первая попытка определения эффективной площади сильфона расчетным путем принадлежит Экслийну<sup>1</sup>, который применил для этой цели линейную теорию кольцевых пластин. Значительно позже аналогичный подход осуществлен Такенакой [82]. Такеда (81) указал на ошибочность результатов Экслийна и Такенаки. На основе теории кольцевых пластин постоянной толщины выражение для эффективной площади получил В. И. Королев [34], а затем Такеда [81]:

$$F_{эф} = k^2 R_v^2 \frac{A_p}{A_Q}, \quad (29)$$

<sup>1</sup> Exline P. G., Pressure — responsive elements. Trans, ASME, 1938, 60, no. 625—632.

где

$$A_p = \frac{3(1-\mu^2)}{16} \left( 1 - \frac{1}{k^4} - \frac{4 \ln k}{k^2} \right),$$

$$A_Q = \frac{3(1-\mu^2)}{4\pi} \left( \frac{k^2-1}{k^2} - \frac{4 \ln^2 k}{k^2-1} \right),$$

$k = \frac{R_n}{R_b}$  — параметр глубины гофрировки.

С помощью выражений (27), (28), (29) построены графики зависимости относительной эффективной площади  $f_0$  от параметра  $k$ :

$$f_0 = \frac{F_{\text{эф}0}}{\pi R_n^2}, \quad (30)$$

приведенные на рис. 40.

Кривые показывают, что линейная теория кольцевых пластин (кривая 3) хорошо согласуется с эмпирической формулой (27) (кривая 2). Формула (28), предложенная Такеда (кривая 1), дает расхождение при  $k=1,6$  на 6%, а при  $k=1,8$  уже на 10%.

В расчетной схеме сильфона в виде набора кольцевых пластин не может быть учтено влияние на величину эффективной площади всех геометрических особенностей гофра.

Расчет сильфона численным методом, изложенным в п. 3, позволяет получить точное значение начальной эффективной площади  $F_{\text{эф}0}$  и установить зависимость между  $F_{\text{эф}0}$  и параметрами гофрировки

$$k = \frac{R_n}{R_b}, \quad m = \frac{r_b}{R_b} \quad \text{и} \quad \delta = \frac{h_0}{R_b};$$

здесь  $r_b = r_n$  — радиусы торовых участков гофров. Результаты этого решения представлены на рис. 41.

Наименьшую погрешность по сравнению с точным значением дает эмпирическая формула (27). Погрешность этой формулы на начальном этапе нагружения при  $k \leq 1,8$  не превышает 2,3%. Однако эффективная площадь изменяется с давлением. Соответственно погрешность эмпирической формулы (27) по мере нагружения сильфона возрастает.

Рассмотрим задачу об изменении эффективной площади при изменении нагрузки. Как указывалось выше, этот вопрос важен при оценке погрешности преобразования сильфоном давления в усилие. Изменение эффективной площади с давлением приводит к тому, что зависимость  $Q = pF_{\text{эф}}$  становится нелинейной.

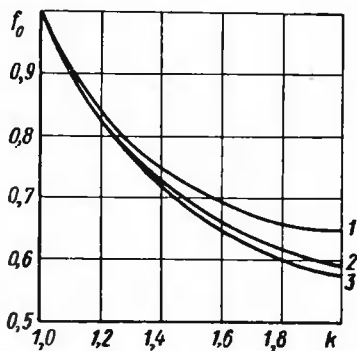


Рис. 40. Относительная эффективная площадь  $f_0 = f(k)$

Относительное изменение эффективной площади  $\eta_f$  по давлению представим в виде

$$\eta_f = \frac{F_{эф} - F_{эф0}}{F_{эф0}} \cdot 100\%, \quad (31)$$

где  $F_{эф0}$ ,  $F_{эф}$  — значения эффективной площади в начале нагружения и при заданном давлении  $p$ .

Опытами установлено, что в большинстве случаев с ростом внутреннего давления эффективная площадь уменьшается (см. рис. 39 и табл. 10), а с ростом наружного давления — увеличивается.

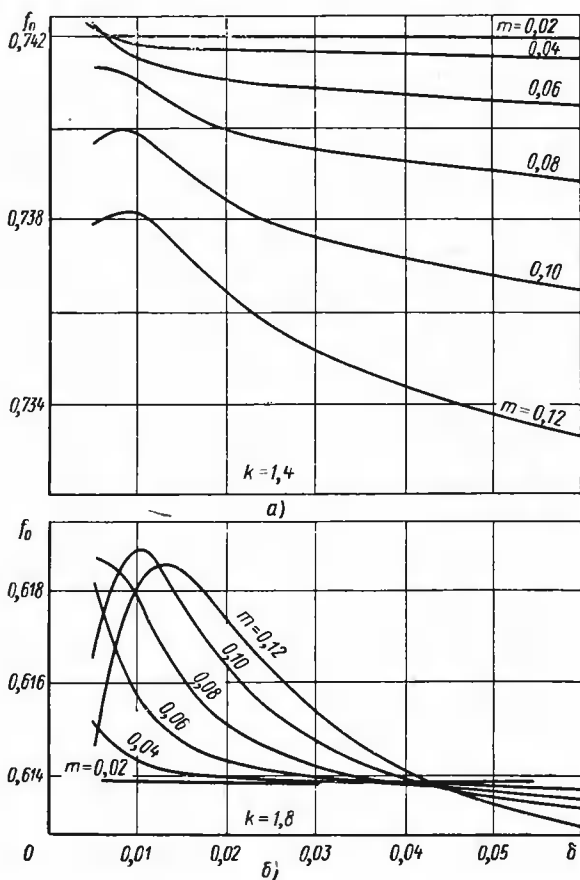


Рис. 41. Относительная начальная эффективная площадь:

а — при  $k=1,4$ ; б — при  $k=1,8$

Если сильфон, преобразующий давление в усилие, предварительно растянут или сжат, то характер изменения  $F_{эф}$  с давлением становится более сложным. На рис. 42 приведены экспериментальные данные по  $f_{эф}$ , как функции от давления, полученные на сильфоне  $64 \times 7 \times 0,10$  в условиях силовой компенсации при различных величинах предварительного поджатия, создаваемого осевой силой  $Q_n$ . Если  $Q_n = 0$ , то функция  $f_{эф}$  с ростом давления уменьшается. При  $Q_n \neq 0$  относительная эффективная площадь может вначале проявлять тенденцию к росту по давлению. В диапазоне средних значений  $Q_n$  функция  $f_{эф}$  имеет экстремум.

Решение нелинейной задачи о расчете сильфона на основе уравнений Е. Рейсснера численным методом, изложенное в п. 3, дает возможность достаточно точно определить  $F_{эф}$  в зависимости от давления  $p$  и, следовательно, найти ее изменение  $\eta_f$ . Ниже представлены результаты этого решения для сильфонов, изготовленных механико-прессовым способом, работающих в условиях силовой компенсации при  $\omega = 0$ .

Графики зависимости функции  $\eta_f$  от безразмерного давления  $p/E$  для сильфона с параметром глубины гофрировки  $k = \frac{R_n}{R_b} = 1,8$  при различных значениях  $m = \frac{r_b}{R_b}$  и  $\delta = \frac{h_0}{R_b}$  приведены на рис. 43.

Если  $m > 0,06$ , то при действии внутреннего давления эффективная площадь уменьшается, а при действии наружного — увеличивается. В начале нагружения сильфона эффективная площадь всегда изменяется более интенсивно. Наибольшую склонность к изменению эффективной площади проявляют тонкостенные сильфоны ( $\delta \leq 0,01$ ), у сильфонов с  $\delta > 0,02$  это изменение невелико, так как в диапазоне рабочих давлений геометрия сильфона изменяется незначительно. При наружном давлении изменение эффективной площади проявляется сильнее, чем при внутреннем. С ростом параметра  $m$  эффективная площадь по давлению изменяется более интенсивно. Так, для тонкостенных сильфонов с  $\delta = 0,005$ ,  $m = 0,08$  и  $m = 0,12$  изменение давления в диапазоне  $p = \pm 5$  кгс/см<sup>2</sup> приводит к изменению функции  $\eta_f$  от  $-11\%$  до  $16\%$  и от  $-15\%$  до  $22,8\%$ .

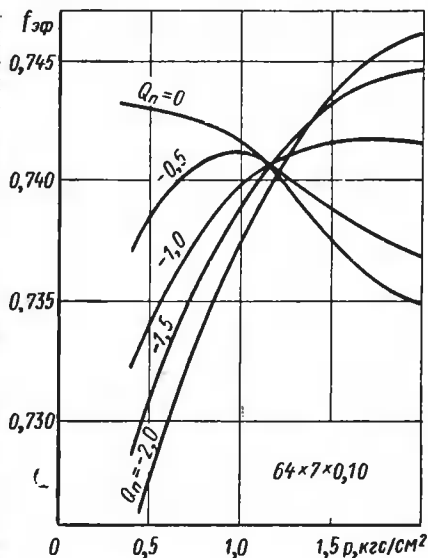


Рис. 42. Кривые относительной эффективной площади  $f_{эф} = f(p)$  в зависимости от начального поджатия

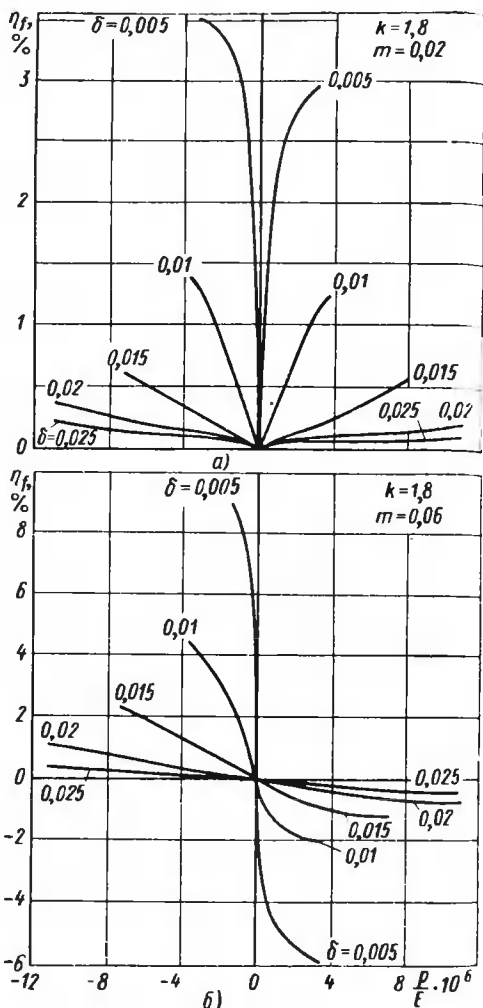
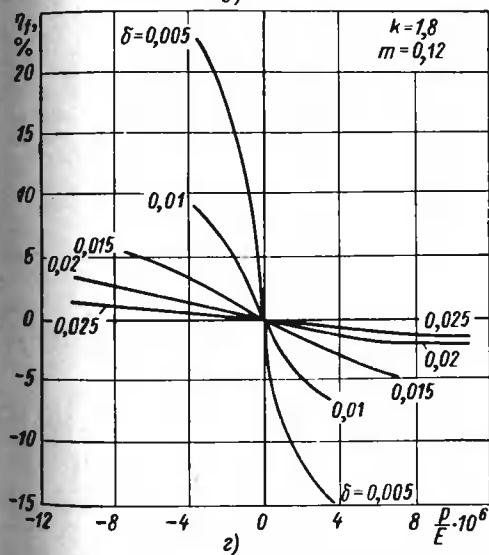
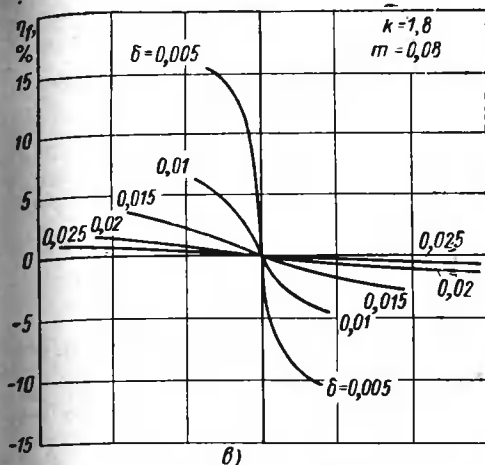


Рис. 43. Изменение относительной эффективной площади  $\eta_f = f(p)$  для  
а —  $m=0,02$ ; б —  $m=0,06$

На рис. 45, а—г представлены графики, полученные в результате численного решения<sup>1</sup> для сильфонов с толщиной стенки, изменя-

<sup>1</sup> Андреева Л. Е., Горячева Л. Н., Петровский В. В. Изгиб и устойчивость бесшовных сильфонов, ЦНИНТЭИ приборостроения, 1975.



сильфонов в условиях силовой компенсации:  
 б —  $m=0,08$ ; з —  $m=0,12$

ющей согласно соотношению (15). По вертикали отложена безразмерная изгибная податливость полуволны сильфона:

$$\bar{\vartheta} = \frac{\vartheta}{Mn} \frac{Eh_0^3}{0,24 (1 - \mu^2)} \quad (32)$$

Рассмотрим зависимость между эффективной площадью и давлением при различных значениях параметра  $\kappa_t$  уплотнения гофра (стр. 74, рис. 44, а, б).

Если  $t > t_0$ , ( $\kappa_t > 0$ ), то по мере усиления этого неравенства закономерность изменения относительной эффективной площади, справедливая при  $t = t_0$ , с ростом давления усиливается. Если  $t < t_0$  ( $\kappa_t < 0$ ), то при некотором значении  $t^*$  шага относительное изменение эффективной площади становится наименьшим ( $t^* \approx 0,88 t_0$  или  $\kappa_t \approx -0,12$  для  $\delta = 0,015$ ). При дальнейшем уменьшении шага  $t$  относительная эффективная площадь  $f_{эф}$  с ростом внутреннего давления возрастает, а с ростом наружного — уменьшается.

## 10. ИЗГИБ СИЛЬФОНОВ

В случаях применения сильфона в качестве уплотнителя, работающего при угловых перемещениях, или в качестве компенсатора поперечных смещений трубопроводов, а также при решении задач устойчивости и поперечных колебаний сильфона необходимо знать его изгибную жесткость и напряжения, возникающие при изгибе.

Наиболее простое решение задачи об изгибе сильфона под действием момента предложено В. И. Королевым [34], который рассматривает сильфон как набор кольцевых пластин, жестко скрепленных между собой попарно по наружным или внутренним контурам. Эта расчетная схема не позволяет оценить напряженного состояния торцовых участков реального сильфона, тогда как именно в них обычно возникают наибольшие напряжения. Изгиб компенсатора аналогичной конструкции рассмотрен Филли и Гориллом [63]. Боуден и Друм [61] решили такую же задачу при допущениях, принятых в работе Сальцмана (см. стр. 9), и определили жесткость сильфона на сдвиг.

Приближенная оценка напряженного состояния сильфона, изгибаемого моментом, дана в работе Терьера [85]. Им принято допущение, что при изгибе сильфона напряжения в гофрах такие же, как при нагружении осевой силой, при условии, что соблюдается равенство местных осевых перемещений. Мияири и др. [77] осуществили расчет сильфона с постоянной толщиной стенки энергетическим методом.

Исходя из уравнений, приведенных в работе [58], Ю. Я. Иохельсон<sup>1</sup>, а затем Э. Л. Аксельрад и В. В. Васильев решили задачу об изгибе сильфона, находящегося под действием момента [3].

Принципиальная возможность численного расчета оболочек вращения при несимметричном изгибе указана Будянским и Радковским [15]. Применительно к сильфону с постоянной толщиной стенки эта возможность реализована Хамадой и др. [69].

Ниже предлагаются результаты решения, построенного на основе уравнений типа Мейсснера для оболочки вращения с переменной толщиной стенки при симметричной изгибающей нагрузке [58]. Эти уравнения решаются методом прогонки, аналогично решению осесимметричной задачи (гл. 1).

<sup>1</sup> Иохельсон Ю. Я. Изгиб сильфона моментами на концах. — «Известия вузов». М., «Машиностроение», 1971, № 10, с. 16—20.

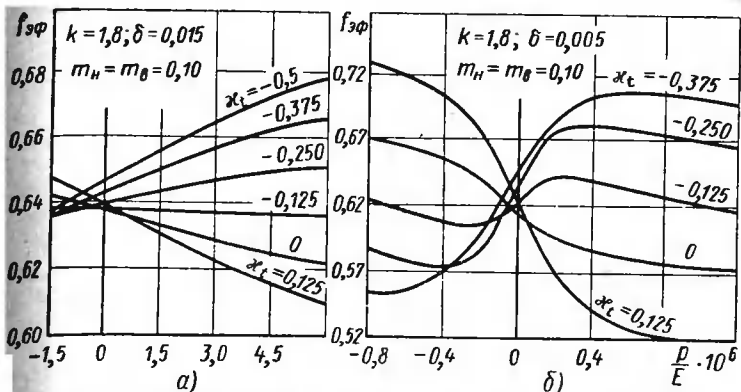


Рис. 44. Эффективная площадь уплотненного сильфона:  
а — при  $\delta=0.015$ ; б — при  $\delta=0.005$

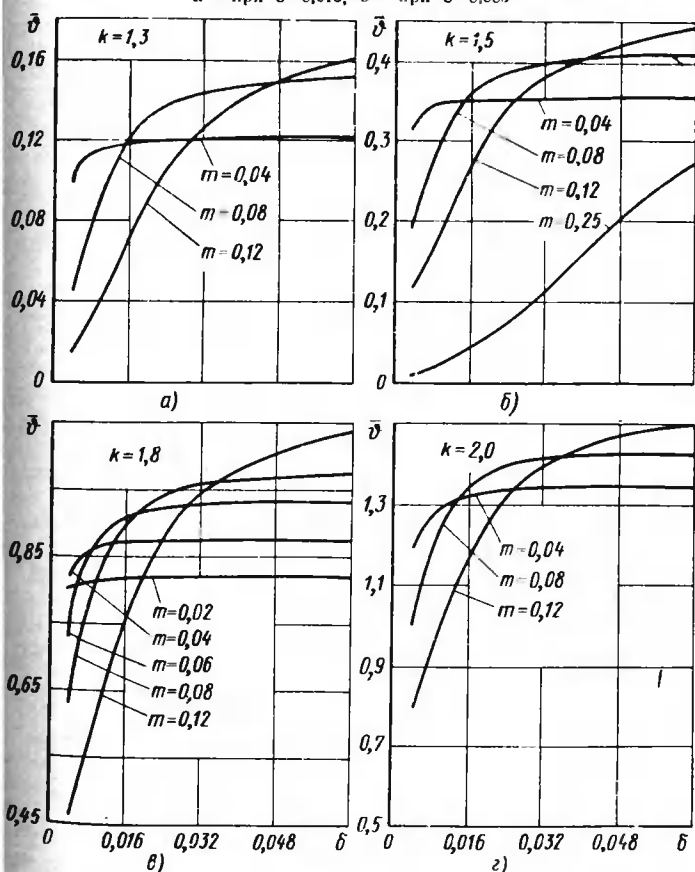


Рис. 45. Графики безразмерной изгибной податливости

где  $\vartheta$  — взаимный угол поворота торцевых сечений;  
 $M$  — изгибающий момент;  
 $n$  — число рабочих гофров;  
 $E$  — модуль упругости;  
 $h_0$  — толщина стенки трубки-заготовки.

Зная податливость  $\bar{\vartheta}$ , по зависимости (32) легко определить угол поворота  $\vartheta$ , а также изгибную жесткость сильфона

$$K_M = \frac{M}{\vartheta}.$$

Если сильфон нагружен поперечной силой  $P$ , то при определении угловых или линейных перемещений его целесообразно заменить эквивалентным стержнем с изгибной жесткостью

$$B = K_M l = \frac{E h_0^3 l}{0,24 (1 - \mu^2) n \bar{\vartheta}}, \quad (33)$$

где  $l$  — длина сильфона.

Эпюры наибольших изгибных  $\sigma_n$  и мембранных  $\sigma_0$  напряжений в сильфоне  $38 \times 8 \times 0,12$ , возникающих при изгибе единичным мо-

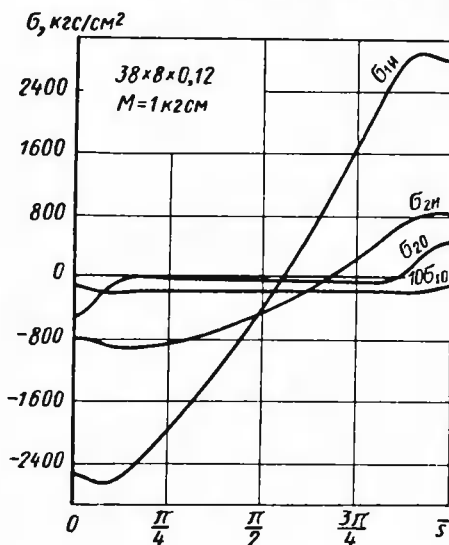


Рис. 46. Эпюры напряжений при изгибе сильфона

ментом, приведены на рис. 46. Здесь координата  $\bar{s}=0$  соответствует впадине, а  $\bar{s}=\pi$  — вершине гофра. Наибольшие напряжения возникают в местах сопряжения торондальных участков с плоским. В окружном направлении компоненты напряжений меняются по закону косинуса.

На основе геометрического решения построены графики зависимости максимальных безразмерных меридиональных изгибных напряжений  $\bar{\sigma}_{1n}$  от параметров гофра  $k$ ,  $m$ ,  $\delta$ , приведенные на рис. 47, а—г, где обозначено

$$\bar{\sigma}_{1n} = \frac{\sigma_{1n} h_0^2 R_B}{M}. \quad (34)$$

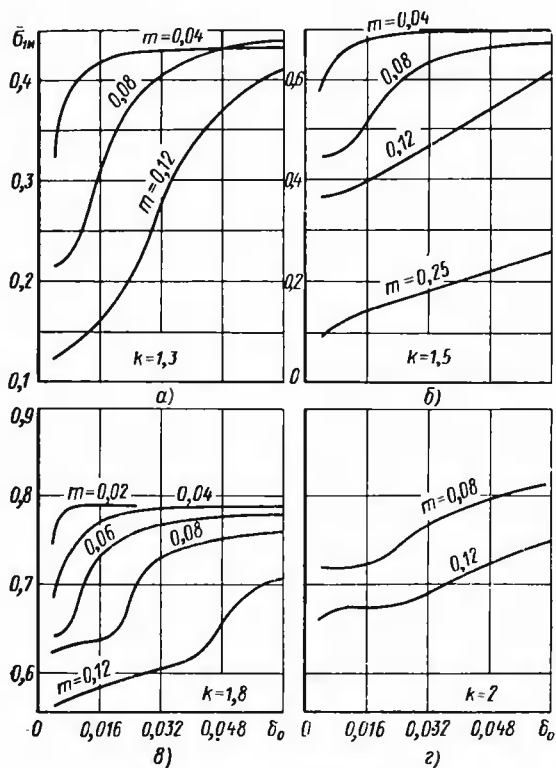


Рис. 47. Графики безразмерных напряжений  $\bar{\sigma}_{1n}$  сильфона при изгибе

## 11. РАСЧЕТ СИЛЬФОНОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Если перемещение сильфона ограничено упором (например, в приборах силовой компенсации), то под действием внутреннего давления достаточно гибкий сильфон может потерять устойчивость прямолинейной формы оси (рис. 48).

Вопросом устойчивости сильфонов занимались Л. Е. Андреева [12], Л. С. Вальшопок [18], А. Н. Волков, Г. Е. Зверьков и др. [29],

Масагаки [36], Харингс [73], Такеда [81] и другие. Часто для определения изгибной жесткости  $B$  используют расчетную схему, принятую в работе [34], в которой сильфон является эквивалентным стержнем. В работе [73], появившейся ранее других, использована та же расчетная схема, но учтена податливость цилиндрических участков, соединяющих кольцевые пластинки. Сопоставление решений, изложенных в работах [12] и [73], и установление границ их применимости дано в статье [29]. В работе [21] изгибная жесткость определена с учетом податливости торовых участков гофра, но толщина стенки принята постоянной.

Обычно для оценки критического давления  $p_{кр}$  обращаются к формуле Эйлера. На основании результатов расчета эффективной площади и расчета сильфона на изгиб можно получить следующее выражение критической силы:

$$p_{кр} = \frac{B}{F_{эф}^{кр} \left( \frac{\nu l}{\pi} \right)^2}, \quad (35)$$

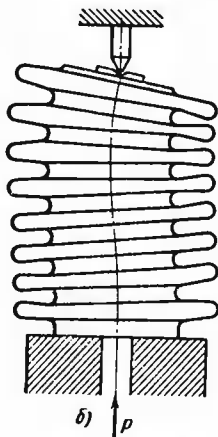


Рис. 48. Потеря устойчивости сильфона в условиях силовой компенсации

где  $F_{эф}^{кр}$  — эффективная площадь сильфона при  $p=p_{кр}$ ;  $l$  — длина гофрированной части;  $\nu$  — коэффициент приведения длины,

$$F_{эф}^{кр} = F_{эф_0} (1 + \eta_f^{кр}), \quad (36)$$

здесь  $\eta_f^{кр}$  — относительное изменение эффективной площади при  $p=p_{кр}$ .

Точность формулы (35) находится в прямой зависимости от точности вычисления изгибной жесткости  $B$  по зависимости (33).

**Пример 6.** Определить критическое давление для сильфона, жестко закрепленного по концам ( $\nu=0,5$ ) и нагруженного внутренним

давлением. Размеры сиффона:  $R_n=19,7$  мм;  $R_b=13,3$  мм;  $r=r_n=r_b=0,75$  мм;  $h_0=0,16$  мм;  $l=166$  мм;  $n=55$ . Материал — латунь Л90;  $E=1,1 \cdot 10^4$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\mu=0,3$ .

Решение. Определим параметры гофра

$$k = \frac{R_n}{R_b} = \frac{19,7}{13,3} = 1,48; \quad m = \frac{r}{R_b} = \frac{0,75}{13,3} = 0,056;$$

$$\delta = \frac{h_0}{R_b} = \frac{0,16}{13,3} = 0,012.$$

Согласно рис. 45 находим  $\bar{\theta} \approx 0,33$ . По зависимости (33) вычисляют изгибную жесткость  $B$ :

$$B = \frac{E h_0^3 l}{0,24 (1 - \mu^2) n \bar{\theta}} = \frac{1,1 \cdot 10^4 (0,16)^3 \cdot 166}{0,24 (1 - 0,09) \cdot 55 \cdot 0,33} = 1890 \text{ кгс} \cdot \text{мм}^2 / \text{рад} = 18,9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2 / \text{рад}.$$

Вычисление критического давления выполняется по методу последовательных приближений. Примем вначале  $F_{\text{эф}}^{\text{кр}} = F_{\text{эф}}$ . При заданных размерах сиффона  $F_{\text{эф}} = 8,65$  см<sup>2</sup>.

Определяем первое приближение критического давления  $p_{\text{кр}1}$ :

$$p_{\text{кр}1} = \frac{B}{F_{\text{эф}} \left( \frac{\nu l}{\pi} \right)^2} = \frac{18,9}{8,65 \left( \frac{0,5 \cdot 16,6}{\pi} \right)^2} = 0,315 \text{ кгс/см}^2.$$

Таблица 11

Расчетные и экспериментальные значения критического давления

№ сиффона	Размеры сиффона в мм					Расчетная величина $p_{\text{кр}}$ в кгс/см <sup>2</sup>				Погрешность расчета в %		
	$2R_n$	$2R_b$	$l$	$t$	$h_0$	[29]	[12]	[73]	[40]	[12]	[73]	[40]
1	22,45	14,27	19,00	1,842	0,094	12	8,7	15	12,4	-27	+25	+3,3
2	22,24	14,26	18,70	1,802	0,095	13	9,8	17,3	13,3	-25	+33	+2,3
3	22,25	14,24	19,00	1,840	0,120	22	21,2	29	23,2	-4	+32	+5,4
4	27,97	18,42	20,80	2,010	0,100	10,3	8,5	11,7	10,5	-18	+4	+1,9
5	28,02	18,34	20,90	2,013	0,095	10,0	8,0	10,1	9,9	-20	+1	-1,0
6	27,74	18,44	26,88	2,593	0,168	34	29	43	36,8	-17	+23	+8,2
7	65,47	46,34	43,20	4,178	0,162	7,5	5,9	8,6	6,3	-21	+14	-10,7
8	65,56	46,37	43,20	4,158	0,163	7,0	6,2	7,4	6,3	-11	+6	-10,0

Далее, исходя из параметров сильфона и величины  $p_{кр}$  по графикам (рис. 43) или расчетом определяем относительное изменение эффективной площади  $\eta_{f_1}^{кр} = -0,15\%$ . Ввиду малости  $\eta_f$  дальнейшее уточнение величины  $F_{эф}$  и  $p_{кр}$  не имеет смысла. Экспериментальное значение критического давления для данного сильфона по данным работы [73]  $p_{кр} = 0,29$  кгс/см<sup>2</sup>.

Теоретические значения, полученные в работах [73] и [12], соответственно равны 0,34 кгс/см<sup>2</sup> и 0,42 кгс/см<sup>2</sup>. Результат, полученный выше ( $p_{кр} = 0,315$  кгс/см<sup>2</sup>), лучше согласуется с экспериментом, чем результаты других авторов, так как в нем более точно учтены особенности геометрии гофров при определении изгибной жесткости  $B$ .

В табл. 11 приведены значения критических давлений, полученные с помощью графиков (рис. 45), для ряда сильфонов. Результаты расчета по изложенному методу сопоставлены с экспериментом [29] и с решениями [12] и [73]. Погрешность изложенного здесь метода расчета в большинстве случаев ниже, чем погрешности других решений.

## 12. ВЛИЯНИЕ МОНТАЖНЫХ НЕТОЧНОСТЕЙ НА ЭФФЕКТИВНУЮ ПЛОЩАДЬ СИЛЬФОНА В УСЛОВИЯХ СИЛОВОЙ КОМПЕНСАЦИИ

В п. 9 рассматривалась эффективная площадь сильфона осесимметричной геометрии при строго осевом нагружении. В действительности геометрия сильфона, а также схема его нагружения обычно отличаются от идеальной. Последнее выражается во взаимном перекосе и сдвиге торцов сильфона при монтаже, и неточности приложения осевого компенсирующего усилия (рис. 49, а). Кроме

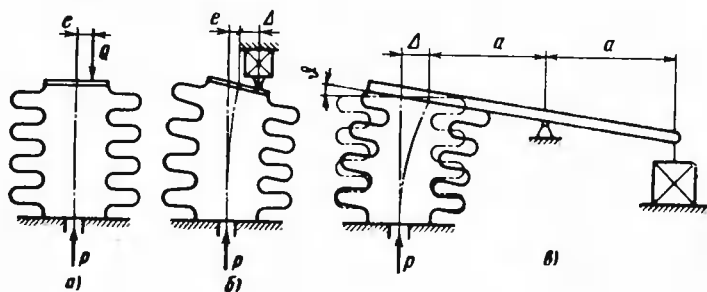


Рис. 49. Схемы нагружения и закрепления сильфона:

а — внецентренное нагружение; б — эксцентричное расположение упора; в — монтажные несовершенства крепления сильфона

этого, ось сильфона может иметь начальную кривизну. Это приводит к дополнительному искривлению оси с изменением давления, что вносит дополнительную погрешность в преобразование давления  $p$  в силу  $Q$ .

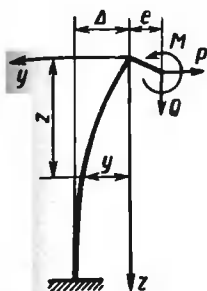


Рис. 50. Схема продольно-поперечного изгиба

Обычно в приборе силовой компенсации сильфон устанавливают, совмещая упор с центром дна или жестко скрепляя дно с рычагом. В рамках допусков на операции установки чувствительного элемента возможны следующие виды монтажных погрешностей. Упор эксцентрично смещен относительно центра дна (смещение  $e$ ) и вместе с дном сдвинут на  $\Delta$  относительно другого крайнего сечения сильфона (рис. 49, б). В этом случае момент силы, развиваемой упором, поворачивает дно вокруг оси, проходящей через точку приложения силы.

В другой схеме (рис. 49, в) дно сильфона скреплено с рычагом, но сдвинуто относительно другого крайнего сечения в радиальном направлении на  $\Delta$  и повернуто на угол  $\theta$ .

Для оценки влияния монтажных неточностей на величину эффективной площади примем расчетную схему сильфона в виде эквивалентного стержня, жесткость которого равна жесткости сильфона.

Расчетная схема консольного стержня, испытывающего продольно-поперечный изгиб, представлена на рис. 50. Запишем дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня

$$By'' = M - Q(e + y) - Pz,$$

где  $B$  — изгибная жесткость сильфона, определяемая по зависимости (33);

$e$  — эксцентриситет приложения силы  $Q$ ;

$M$  — изгибающий момент;

$P$  — поперечная сила;  $y$  — прогиб.

Решение уравнения имеет вид

$$y = A \sin \alpha z + C \cos \alpha z + \frac{M}{Q} - e - \frac{P}{Q} z, \quad (37)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{Q}{B}}. \quad (38)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Если при силовой компенсации ограничено только осевое перемещение дна сильфона, но упор расположен эксцентрично (рис. 49, а), то в этом случае  $M=0$  и  $P=0$ . Постоянные  $A$  и  $C$  находятся из граничных условий:  $y_{z=0}=0$  и  $y'_{z=l}=0$ . Уравнение (37) принимает вид

$$y = e (\operatorname{tg} \alpha l \sin \alpha z + \cos \alpha z - 1).$$

Изменение длины оси  $\Delta z$  под действием давления составляет

$$\Delta z \approx e \vartheta,$$

:  $\vartheta$  — угол поворота верхнего торца;

$$\vartheta = \left( \frac{dy}{dz} \right)_{z=0} = e\alpha \operatorname{tg} \alpha l.$$

другой стороны, можно записать

$$\Delta z = \frac{P}{K_p} - \frac{Q}{K_Q},$$

е  $K_p$ ,  $K_Q$  — жесткости сильфона по давлению  $P$  и по силе  $Q$ . Учитывая, что согласно равенству (38)

$$Q = B\alpha^2 \approx pF_{\text{эф}0}, \quad (39)$$

лучим следующую формулу для расчета эффективной площади в рассматриваемом случае:

$$F_{\text{эф}} = F_{\text{эф}0} \left( 1 - K_Q \frac{e^2 \alpha}{F_{\text{эф}0} p} \operatorname{tg} \alpha l \right). \quad (40)$$

Начальное значение  $\bar{F}_{\text{эф}0}$  при эксцентричном расположении пора определим из предыдущего выражения предельным переходом (при  $p \rightarrow 0$ )

$$\bar{F}_{\text{эф}0} = F_{\text{эф}0} \left( 1 - K_Q \frac{e^2 l}{B} \right). \quad (41)$$

Относительное изменение  $\eta_f$  эффективной площади при нагружении сильфона давлением

$$\eta_f = \frac{F_{\text{эф}} - \bar{F}_{\text{эф}0}}{\bar{F}_{\text{эф}0}}. \quad (42)$$

Обозначим относительное изменение  $\eta_f$  в рассматриваемом частном случае через  $\eta_{f1}$ . С учетом равенств (40) — (42) получим

$$\eta_{f1} = \frac{\Phi_1}{1 - \frac{1}{K_Q e^2}}, \quad (43)$$

где

$$\Phi_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha l}{\alpha l} - 1. \quad (44)$$

На рис. 51 сопоставлены экспериментальные результаты с результатами расчета по зависимости (40) для сильфона  $100 \times 8 \times 0,19$ .

Эффективная площадь изменяется в зависимости от относительного смещения  $e/R_n$  точки приложения компенсирующей силы  $Q$  по параболическому закону. Вершина параболы находится на оси сильфона. Среднее значение расхождения между расчетом и опытом менее 1,5%. Если смещение  $e$  невелико (менее 0,1 мм), изменение эффективной площади выражается в сотых долях процента.

Величина относительного изменения эффективной площади  $\eta_{f1}$  стремится к бесконечности при  $\alpha l \rightarrow \pi/2$  [см. зависимость

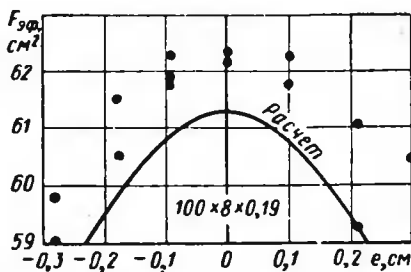


Рис. 51. Эффективная площадь в зависимости от эксцентриситета  $e$

(43)]. При этом давление  $p$  стремится к критическому значению  $p_{кр}$ , определяемому выражением (35), где в данном случае  $\nu=2$ .

При вычислении функции  $\Phi_1$  аргумент  $\alpha l$  удобно представить на основании уравнений (35) и (39) в следующем виде:

$$\alpha l = \frac{\pi}{\nu} \sqrt{\frac{p}{p_{кр}}}. \quad (45)$$

На рис. 52 приведен график функции  $\Phi_1$  (44), характеризующей изменение  $\eta_{f1}$  эффективной площади в зависимости от отношения  $p/p_{кр}$ .

2. Рассмотрим схему, представленную на рис. 49,б. В этом случае имеют место граничные условия  $y_{z=0}=0$ ,  $y_{z=l}=\Delta$ ,  $y_{z=l}=0$ . Используя эти условия, находим постоянные интегрирования  $A$  и  $C$  в уравнении (37) и поперечную силу  $P$ .

Повторяя вывод, аналогичный предыдущему, получим следующее выражение эффективной площади сильфона, нагруженного давлением

$$F_{эф} = F_{эф0} \left( 1 - \frac{K_Q e^2 l}{B} \beta \right),$$

где

$$\beta = \frac{2 - \left( 2 + \frac{\Delta}{e} \right) \cos \alpha l - \alpha l \sin \alpha l + \frac{\Delta}{e}}{\alpha l \sin \alpha l - \alpha^2 l^2 \cos \alpha l} - \frac{3}{2} \frac{\Delta}{e} \frac{1}{\alpha^2 l^2}.$$

Относительное изменение эффективной площади можно представить в виде

$$\eta_{f2} = \frac{\Phi_2}{\frac{1}{K_Q K_M e^2} - \frac{10 + \frac{\Delta}{e}}{40}},$$

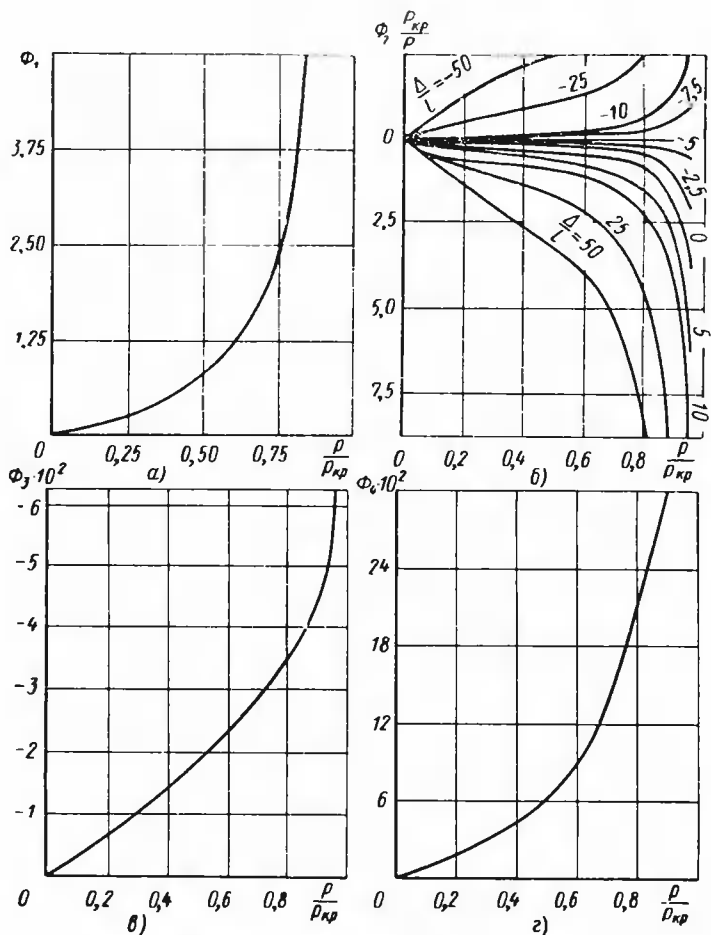


Рис. 52. Графики функций  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ ,  $\Phi_4$

где

$$\Phi_2 = \frac{10 + \frac{\Delta}{e}}{40} - \beta. \quad (46)$$

Так же как и в предыдущем случае  $\eta_{1/2} \rightarrow \infty$  при  $\rho \rightarrow \rho_{кр}$  [критическое давление определяется по формуле (35) при  $\nu \approx 0.7$ ]. График функции  $\Phi_2$  (46) дан на рис. 52,б.

При  $\Delta=0$  относительное изменение эффективной площади  $\eta_{1/2}$  становится значительным при приближении к критическому; если

же смещение  $e$  велико, резкое изменение функции  $\eta_{f2}$  наступает при меньших значениях давления.

Определим изменение эффективной площади сильфона, дно которого прикреплено к рычагу. Расчетная схема приведена на рис. 49,в; здесь  $\Delta$  и  $\vartheta$  — радиальное и угловое отклонения, полученные после сборки (на рис. 49,в показаны положительные направления  $\Delta$  и  $\vartheta$ ).

Решение этой задачи приводит к следующим результатам. Если  $\vartheta=0$ , то относительное изменение эффективной площади

$$\eta_{f3} = \Phi_3 \frac{\Delta}{a},$$

где

$$\Phi_3 = \frac{1}{2 - \alpha l \frac{\sin \alpha l}{1 - \cos \alpha l}} - \frac{6}{\alpha^2 l^2} + \frac{1}{10}.$$

Величину  $\alpha l$  можно выразить через относительное давление  $p/p_{кр}$  с помощью формулы (45), в которую следует подставить  $\nu=0,5$ .

Если  $\Delta=0$ , то относительное изменение эффективной площади

$$\eta_{f4} = \Phi_4 \frac{\vartheta l}{a},$$

где

$$\Phi_4 = \frac{4}{\alpha^2 l^2} - \frac{1}{\alpha l} \frac{\sin \alpha l - \alpha l \cos \alpha l}{2(1 - \cos \alpha l) - \alpha l \sin \alpha l} - \frac{2}{15}.$$

Графики функций  $\Phi_3$  и  $\Phi_4$  даны на рис. 52,в и г.

Более существенное влияние оказывает погрешность угловой установки. Так, если  $\vartheta l = \Delta$ , то при  $p/p_{кр}=0,9$  функция  $\eta_{f4}$  на порядок превосходит  $\eta_{f3}$ . При изменении знаков монтажных погрешностей  $\Delta$  и  $\vartheta$  изменяются также знаки  $\eta_{f3}$  и  $\eta_{f4}$ .

## РАСЧЕТ СВАРНЫХ СИЛЬФОНОВ

## 13. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В последние годы в промышленности получили широкое применение сварные сильфоны. Такие сильфоны известны уже давно<sup>1</sup>. Они изготавливаются путем штамповки мембран из листового материала с последующей их сваркой по внутреннему и наружному контурам. Мембраны для сварных сильфонов могут иметь самую разнообразную конфигурацию (рис. 53). Сварные сильфоны можно разделить на две основные группы: сильфоны «симметричного профиля» (рис. 53,а—з) и сильфоны со «складывающимися гофрами» (рис. 53,и—м). Последние обычно работают в условиях сжатия и способны выдерживать большие перегрузки при нагружении наружным давлением.

Поскольку при изготовлении сварных сильфонов материал не претерпевает больших пластических деформаций, как при формировании бесшовных сильфонов, то и выбор материала для сварных сильфонов менее ограничен. Часто применяют аустенитные нержавеющие стали, мартенситные нержавеющие стали, сплавы на основе хрома и никеля, титановые сплавы [55].

Для сварных сильфонов обычно применяют листы толщиной от 0,05 до 1 мм. Соотношение наружного  $R_n$  и внутреннего  $R_v$  радиусов сильфона и число звеньев могут быть любыми. Сварные сильфоны могут изготавливаться с очень малым шагом, который в сжатом состоянии у «складывающихся» сильфонов может достигать до размера, равного двойной толщине листа.

По сравнению с бесшовными сильфонами сварные сильфоны обладают рядом преимуществ: они могут быть более чувствительны, их упругие свойства и эффективная площадь имеют меньший разброс. Сварные сильфоны отличаются меньшей разнотолщинностью и большей однородностью свойств материала в разных точках стенки.

Благодаря возможности более широкого выбора материала для изготовления сварных сильфонов, они находят применение там, где использование бесшовных сильфонов невозможно. Применение сварных сильфонов позволило решить проблемы, связанные с повышением их термостойкости, коррозионной стойкости, а также защиты от высоких перегрузок. Гистерезис сварных сильфонов может быть ниже, чем у бесшовных, а долговечность — выше [55].

<sup>1</sup> Bellows constructed of fabricated diaphragms. Product Engineering, 1913, v 14, N. 3, p. 185.

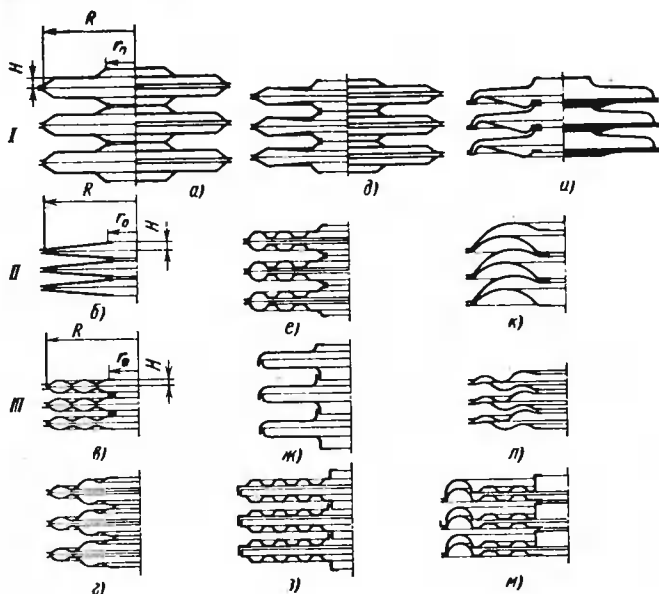


Рис. 53. Типы сварных сифонов

#### 14. РАСЧЕТ СВАРНЫХ СИЛЬФОНОВ

Работы, посвященные сварным сифонам, в основном, носят описательный характер<sup>1</sup> [55, 83]. Лишь незначительное число статей [74, 80] посвящено расчету сварных сифонов.

Однако до настоящего времени не имеется работ по методике проектирования сварных сифонов.

Применение ЭВМ позволяет рассчитать сварной сифон практически любого профиля. Представление результатов решения в виде номограмм позволяет построить инженерную методику расчета и проектирования сварных сифонов. Обычно сварные сифоны изготавливаются из мембран с небольшой глубиной гофрировки. Будем рассматривать такую мембрану, как пологую оболочку постоянной толщины, упруго закрепленную по наружному и внутреннему контурам. Уравнения нелинейной теории пологой оболочки можно представить в следующем виде [5, 13, 52]:

$$\left. \begin{aligned} L(\Psi) &= \left( \kappa + \frac{1}{2} \theta \right) \theta; \\ L(\theta) &= -k \Psi (\kappa + \theta) + \frac{1}{2} k (p_0 \rho^2 + q), \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

<sup>1</sup> Осипович Л. А., Миниатюрные сварные сифоны. «Приборы и системы управления», 1967, № 11, с. 51—52.

где

$$\left. \begin{aligned} L(\rho) &= \rho \frac{d^2(\rho)}{d\rho^2} + \frac{d(\rho)}{d\rho} - \frac{(\rho)}{\rho}; \\ \Psi &= \psi \frac{R_n^2}{h^2}; \quad \psi = \frac{Tr\rho}{Eh}; \quad \rho = \frac{r}{R_n}; \\ \theta &= \vartheta \frac{R_n}{h}; \quad \kappa = \theta \frac{R_n}{h}; \\ p_0 &= \frac{pR_n^4}{Eh^4}; \quad q = \frac{QR_n^2}{\pi Eh^4}; \quad k = 12(1 - \mu^2); \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

здесь  $r$  — текущий радиус;  $R_n$  — рабочий радиус;  $h$  — толщина;  $\theta$  — угол между нормалью к точке срединной поверхности и осью вращения мембраны;  $\vartheta$  — угол поворота нормали при деформации мембраны;  $\psi$  — функция меридиональной растягивающей силы  $Tr$ ;  $E$  — модуль упругости;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $p$  — равномерно распределенное давление;  $Q$  — осевая сосредоточенная сила.

Граничные условия на наружном и внутреннем контурах мембраны сварного сильфона состоят в равенстве перемещений и усилий в сопряженных точках двух соседних мембран. Особенно просто выражаются граничные условия для сильфонов симметричного профиля (рис. 53, а—з). В этом случае в точках сопряжения обоих контуров угол поворота равен нулю, а радиальные смещения пропорциональны радиальным усилиям, возникающим в месте сопряжения с буртиком. Коэффициенты пропорциональности зависят от размеров буртиков, по которым соединены мембраны. Ширина буртика в реальных конструкциях значительно меньше внутреннего и наружного радиусов мембраны. В предельном случае, когда буртик отсутствует, радиальное усилие на контуре равно нулю.

Решение приведенных выше уравнений совместно с уравнениями граничных условий проводят численным методом, изложенным в гл. I. После определения функции угла поворота  $\theta$  и функции нагрузки  $\Psi$  вычисляют напряжения и перемещения.

Мембранные-радиальные и окружные напряжения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{10i} &= -E \frac{h^2}{R_n^2} \frac{\Psi_i}{\rho_i}; \\ \sigma_{20i} &= -E \frac{h^2}{R_n^2 \cdot 2 \Delta \rho} (\Psi_{i+1} - \Psi_{i-1}). \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

Изгибные напряжения в радиальном и окружном направлениях

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1ni} &= \frac{Eh^2}{2R_n^2(1 - \mu^2)} \left[ \frac{1}{2\Delta\rho} (\theta_{i+1} - \theta_{i-1}) + \mu \frac{\theta_i}{\rho_i} \right]; \\ \sigma_{2ni} &= \frac{Eh^2}{R_n^2(1 - \mu^2)} \left[ \frac{\mu}{2\Delta\rho} (\theta_{i+1} - \theta_{i-1}) + \frac{\theta_i}{\rho_i} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Относительный прогиб  $\xi = \frac{w}{h}$ , где  $w$  — вертикальное перемещение, в точке  $i$  мембраны, равен

$$\xi_i = \xi_{i+2} - 2 \theta_i \Delta p.$$

Результаты решения хорошо совпадают с результатами эксперимента. На рис. 54 произведено сопоставление расчетных и экспериментальных характеристик сварных сильфонов. Здесь  $n$  — число мембран сварного сильфона.

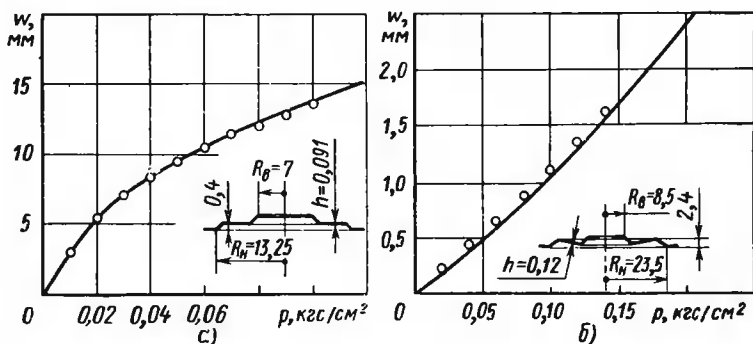


Рис. 54. Сопоставление расчетной и опытной (точки) характеристик при нагружении давлением  
а — при  $n=30$ ; б — при  $n=10$

## 15. ЖЕСТКОСТЬ, НЕЛИНЕЙНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ

Сварной сильфон, состоящий из большого числа мембран, способен давать большие перемещения. Однако перед конструкторами всегда стоит задача обеспечения требуемой жесткости сильфона при меньшем числе сварных соединений, т. е. с наименьшим количеством входящих в него мембран.

Жесткость сварного сильфона зависит от материала и геометрии мембран. Выясним, какие геометрические параметры оказывают наибольшее влияние на жесткость сварного сильфона.

Проанализируем результаты численного решения для сварных сильфонов трех разновидностей: *I* — мембраны сильфона имеют большой плоский участок (рис. 53,а); *II* — сильфон состоит из пологих конусных мембран (рис. 53,б); *III* — мембраны имеют синусоидальную гофрировку (рис. 53,в).

Самыми мягкими из этих сильфонов являются сильфоны типа *I*. Мембраны таких сильфонов в основном работают на изгиб. При нанесении на плоскую мембрану волн гофрировки жесткость ее возрастает тем больше, чем больше глубина гофрировки, поэтому сильфоны типа *III* имеют большую жесткость, чем сильфоны типа *I*.

На рис. 55 приведены характеристики в относительных координатах  $\xi_0 = \frac{w_0}{h}$  и  $\rho_0 = \frac{p R^4}{E h^4}$  трех рассматриваемых типов сварных сифонов для  $k = R_H/R_B = 3$  при  $H/h = 10$  и 2.

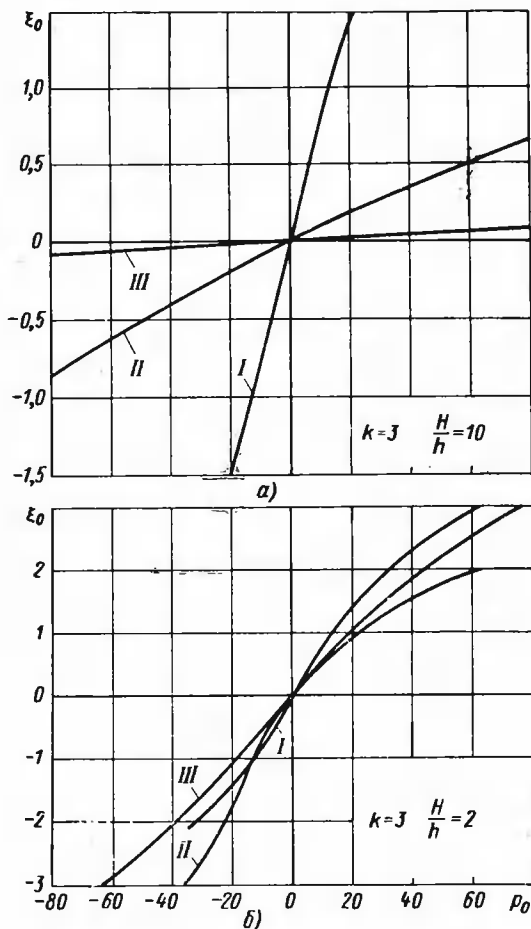


Рис. 55. Сопоставление относительных характеристик мембран для сифонов I, II и III типов.

Для сравнения сифонов различной геометрии удобно пользоваться безразмерными параметрами. Обозначим относительную жесткость мембраны сварного сифона через  $\bar{K}_Q$  (17)

$$\bar{K}_Q = \frac{K_Q R_n^2 n}{\pi E h^3},$$

где  $K_Q$  — начальная жесткость сиффона, определяемая по линейной теории;  $n$  — количество мембран сварного сиффона.

Таким образом, для рассматриваемых типов сварных сиффонов основными геометрическими параметрами, существенно влияющими на их жесткость, оказываются коэффициент  $k$  и относительная глубина гофрировки  $H/h$  (см. табл. 12). При неизменных значениях параметров  $k$  и  $H/h$  жесткость сварного сиффона в соответствии с выражением (17) пропорциональна кубу толщины и обратно пропорциональна квадрату наружного диаметра.

Таблица 12

Безразмерная жесткость  $\bar{K}_Q$

$\frac{H}{h}$	Тип сиффона	Безразмерная жесткость при $k$								
		1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
2	I	435,6	158,6	81,1	49,7	34,1	19,7	13,5	7,3	5,1
	II	442,0	163,3	82,7	53,2	37,3	22,5	15,9	9,6	7,2
	III	444,4	165,1	86,6	54,6	38,5	23,6	17,0	10,6	8,3
10	I	438,5	159,4	81,5	50,0	34,3	19,8	13,5	7,4	5,2
	II	593,6	276,0	178,1	134,5	110,7	85,8	73,0	52,0	51,0
	III	650,4	316,4	210,3	161,7	134,7	106,2	91,5	74,6	67,0

С ростом глубины гофрировки начальная жесткость мембраны возрастает, а ее характеристика становится более линейной (см. рис. 55, а, г). На нелинейность характеристик мембраны сильно влияет коэффициент  $k$ , с увеличением которого она возрастает.

Естественно, что нелинейность характеристики  $\gamma$  также увеличивается с ростом давления. Как правило, при использовании сварных сиффонов в приборах требуется, чтобы их характеристика была линейной. Приведенные выше сведения о жесткости сварных сиффонов, а также сведения о напряжениях, изложенные в п. 16, и номограммы, приведенные в п. 17, относятся к сиффонам с нелинейностью характеристики  $\gamma < 5\%$ . Чтобы определить пределы применимости указанных зависимостей, в табл. 13, 14, 15 даны значения

относительного давления  $p_0 = \frac{p R^4}{E h^4}$  при нелинейности 5% для сиффонов типа I, II и III соответственно. Знак «—» соответствует нагружению сварного сиффона наружным давлением, знак «+» — внутренним.

Во многих случаях практики основным требованием, предъявляемым к сварным сиффонам (также как и к бесшовным) является требование определенной величины эффективной площади (гл. III, п. 9). Начальное значение эффективной площади сиффона определяется согласно формуле (26), как отношение жесткости по силе  $K_Q$  к жесткости по давлению  $K_p$ , которые можно получить из решения,

Таблица 13

Относительное давление  $P_0$  при нелинейности характеристики  $\gamma=5\%$   
для сильфонов типа I

$\frac{H}{h}$	Относительное давление при коэффициенте $k$								
	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
2	-4260 +4140	-1160 +1140	-490 +490	-265 +275	-169 +165	-86 +86	-55 +54	-28 +27	-18,5 +18,5
26	-4200 +4200	-1140 +1150	-570 +460	-335 +330	-186 +160	-96 +82	-61 +53	-30 +27	-20,5 +18,0

Таблица 14

Относительное давление  $p_0$  при нелинейности характеристики  $\gamma=5\%$   
для сильфонов типа II

$\frac{H}{h}$	Относительное давление при коэффициенте $k$								
	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
2	-5000 +3650	-1470 +960	-675 +390	-390 +210	-260 +125	-150 +70	-105 +45	-18 +22	-11 +16
5	-6570 +3275	-2130 +885	-320 +395	-155 +225	-105 +158	-55 +100	-40 +75	-28 +55	-25 +50
10	-2600 +3500	-700 +1190	-365 +700	-250 +515	-205 +390	-150 +335	-135 +305	-112 +250	-96 +215
20	-3500 +6700	-1770 +3705	-1325 +2800	-1110 +2370	-960 +2100	-780 +1780	-610 +1460	-445 +1144	-355 +870

изложенного в п. 14. Значения относительной начальной эффективной площади, вычисленные по формуле (30), приведены в табл. 16 для трех рассматриваемых типов сварных сильфонов в зависимости от коэффициента  $k=R_{\text{в}}/R_{\text{в}}$ . Из табл. 16 следует, что величина эффективной площади существенно зависит от параметра  $k$ . Форма профиля, глубина гофрировки  $H/h$  оказывают меньшее влияние.

Сопоставление результатов точного решения с известной эмпирической формулой (28) показало, что последняя хорошо согласуется с результатами точного расчета при малых значениях коэффициента  $k$  и отношения  $H/h$ , но приводит к существенной погрешности при больших значениях  $k$  и  $H/h$  для сварных сильфонов типов II и III. Так, для сильфонов типа II при  $k=3$  и  $H/h=20$  погрешность составляет 14%; для сильфонов типа III при  $k=3$  и  $H/h=10$  — 10,5%.

Таблица 15

Относительное давление  $p_0$  при нелинейности характеристики  $\gamma=5\%$   
для сильфонов типа III

$\frac{H}{h}$	Относительное давление при коэффициенте $k$								
	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
2	-4550 +4250	-1320 +1190	-610 +525	-360 +295	-238 +200	-143 +113	-105 +85	-71 +54	-59 +43
4	-5350 +4600	-1777 +1440	-940 +730	-627 +465	-482 +350	-370 +260	-310 +220	-285 +199	-280 +198
6	-6750 +5400	-2630 +1970	-1610 +1140	-1220 +850	-1010 +720	-970 +650	-900 +640	-920 +680	-880 +780
8	-8800 +6650	-4075 +3900	-2900 +1950	-2475 +1625	-2350 +1575	-2225 +1550	-2175 +1675	-1985 +2065	-1900 +2400
10	-11800 +8650	-6400 +4338	-5125 +3375	-4613 +3080	-4570 +3180	-4470 +3550	-4225 +4080	-3775 +4685	-1750 +4900

Таблица 16

Относительная начальная эффективная площадь  $f_0$

$\frac{H}{h}$	Тип сильфона	Относительная начальная эффективная площадь при $k$								
		1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
2	I	0,840	0,782	0,733	0,693	0,658	0,602	0,558	0,484	0,437
	II	0,840	0,782	0,733	0,693	0,658	0,602	0,550	0,486	0,440
	III	0,840	0,782	0,733	0,693	0,658	0,602	0,561	0,490	0,446
10	I	0,840	0,782	0,733	0,693	0,658	0,602	0,559	0,485	0,438
	II	0,840	0,782	0,735	0,695	0,662	0,609	0,571	0,510	0,477
	III	0,840	0,783	0,737	0,698	0,667	0,618	0,582	0,526	0,494

## 16. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

Сварные сильфоны могут работать в различных режимах; они могут совершать перемещение под действием наружного или внутреннего давлений; воспринимать давление при неподвижных торцах и передавать усилие на упор; могут совершать определенное заданное перемещение до посадки на упор и затем выдерживать большие давления.

Для трех, рассматриваемых в настоящей главе, типов сварных сильфонов определены закономерности распределения напряжений

вдоль профиля. Для этого используем решение, приведенное в п. 14. Рассмотрим два случая нагружения: 1) сиффон растянут осевой силой ( $p=0, w \neq 0$ ) и 2) сиффон нагружен давлением и осевой силой при неподвижных торцах (условие силовой компенсации;  $p \neq 0; w=0$ ).

Для удобства сопоставления напряженного состояния мембран различного профиля и различных геометрических размеров перейдем к безразмерным напряжениям. Относительные напряжения при нагружении сиффона осевой силой подсчитываются по формуле (21)

$$\bar{\sigma}_w = \frac{\sigma_w R_H^2 n}{w E h},$$

и при нагружении сиффона давлением при неподвижных торцах — по формуле (22)

$$\bar{\sigma}_p = \frac{\sigma_p h^2}{p R_H^2};$$

здесь  $w$  — прогиб сиффона;  $n$  — число мембран.

Характер распределения относительных напряжений по профилю

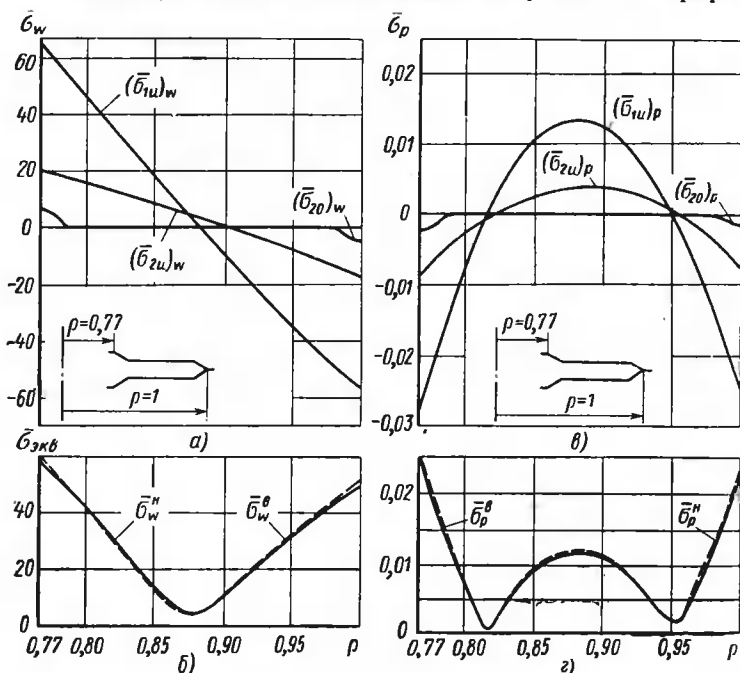


Рис. 56. Распределение относительных напряжений по профилю мембраны сиффона типа I при  $k=1,3; H/h=10$ :

а — составляющие и б — эквивалентные напряжения при растяжении сиффона силой при  $w=1$  мм; в — составляющие и г — эквивалентные напряжения при работе сиффона в условиях силовой компенсации ( $w=0$ )

мембраны при  $k=1,3$  и  $H/h=10$  для двух случаев нагружения сильфона типа I показан на рис. 56. Как следует из графиков, в обоих случаях нагружения наибольшими являются меридиональные изгибные напряжения  $\bar{\sigma}_{1и}$ . Окружные изгибные напряжения  $\bar{\sigma}_{2и}$  распределяются аналогично, но по величине они примерно в 3 раза меньше напряжений  $\bar{\sigma}_{1и}$ . Графики изгибных напряжений построены для точек наружной поверхности. Окружные мембранные напряжения  $\bar{\sigma}_{20}$  на прямолинейном участке профиля мембраны малы; вблизи мест соединений мембран они возрастают. Мембранные меридиональные напряжения  $\bar{\sigma}_{10}$  оказываются на порядок меньше напряжений  $\bar{\sigma}_{20}$ , на графиках они не показаны.

Рассмотрим распределение напряжений в сильфонах типа II, мембраны которых имеют конусную начальную поверхность. При

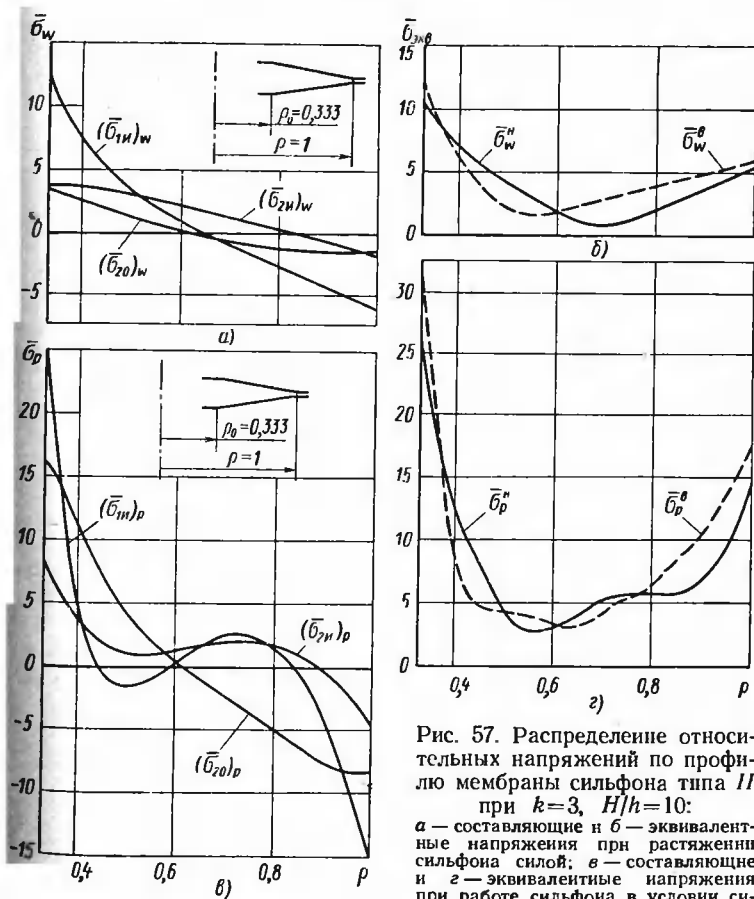


Рис. 57. Распределение относительных напряжений по профилю мембраны сильфона типа II при  $k=3$ ,  $H/h=10$ :

а — составляющие и б — эквивалентные напряжения при растяжении сильфона силой; в — составляющие и г — эквивалентные напряжения при работе сильфона в условии силовой компенсации ( $w=0$ )

растяжении сифона осевой силой мембранные окружные напряжения имеют существенное значение во всех точках (рис. 57,а), а не только в местах соединений, как у сифонов типа I (рис. 56,а). При условии силовой компенсации изгибные и мембранные напряжения нелинейно зависят от радиуса мембраны; при этом мембранные напряжения  $\bar{\sigma}_{20}$  существенно увеличиваются (рис. 57,б).

Для сварных сифонов типа III, состоящих из мембран с синусоидальной гофрировкой, мембранные напряжения  $(\bar{\sigma}_{20})_w$  приобретают периодический характер и изменяются с частотой, равной частоте гофрировки. Наибольшие значения  $(\bar{\sigma}_{20})_w$  возникают по вершинам и впадинам средних гофров мембраны (рис. 58,б). Изгибные напряжения изменяются с частотой, вдвое большей частоты гофрировки (рис. 58,а).

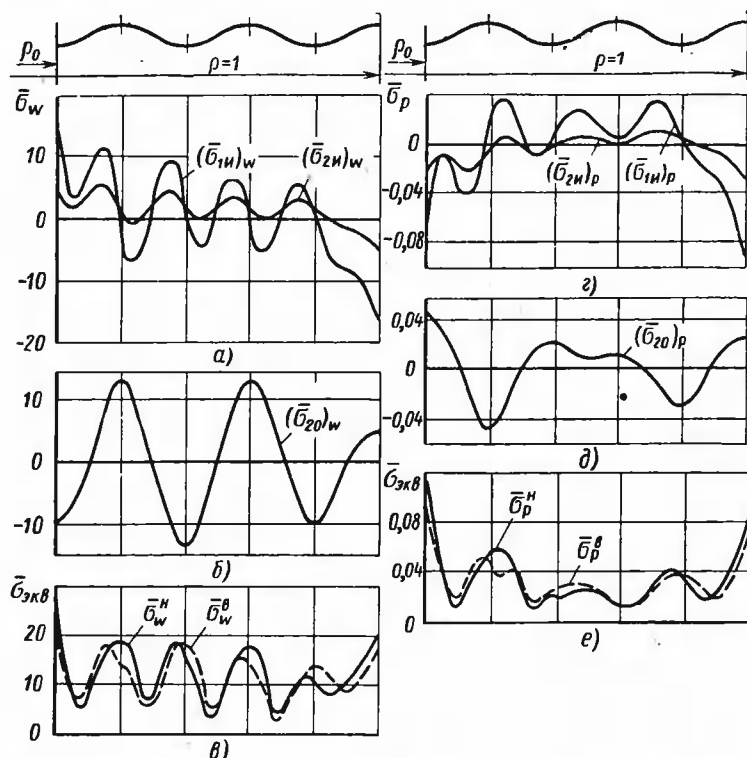


Рис. 58. Распределение относительных напряжений по профилю мембраны сифона типа III при  $k=3$ ,  $H/h=10$ :

а, б — составляющие и в — эквивалентные напряжения при растяжении сифона силой на  $w_0=1$  мм; г, д — составляющие и е — эквивалентные напряжения при работе сифона в условии силовой компенсации ( $w=0$ )

Следует отметить, что для сварных сильфонов типа *III* мембранные напряжения  $\bar{\sigma}_{20}$  в местах соединения мембран противоположны по знаку напряжениям  $\bar{\sigma}_{20}$  в сильфонах типов *I* и *II*.

Графики эквивалентных напряжений, определенных по энергетической теории (18), показаны на рис. 56, б, г; 57, б, г; 58, в, е. Характер распределения  $\bar{\sigma}_{\text{экв}}$  зависит от профиля мембран, из которых получен сварной сильфон, а также от условий его нагружения, однако общей закономерностью является возрастание эквивалентных напряжений вблизи наружного и внутреннего контуров сильфона. Для рассматриваемых типов сварных сильфонов в обоих случаях нагружения ( $p=0$ ;  $w \neq 0$  и  $p \neq 0$ ,  $w=0$ ) наибольшие эквивалентные напряжения возникают на внутреннем контуре. Для сильфонов типа *I* и *II* опасная точка находится на внутренней поверхности, для сильфонов типа *III* опасная точка в рассматриваемых случаях расположена на наружной поверхности.

Анализ большого количества вариантов *I*, *II* и *III* типов сварных сильфонов, совершающих свободное перемещение под действием внутреннего давления, показал, что опасная точка в этом случае нагружения находится на наружном контуре сильфона. Это обстоятельство приводит к необходимости в общем случае нагружения (когда сильфон совершает ход до упора под действием давления, передающим на упор усилие) оценивать напряжения в точках наружного и внутреннего контуров сварного сильфона.

Если глубина гофрировки  $H/h$  мала, то напряжения в сильфонах трех рассматриваемых типов отличаются незначительно: (табл. 17). При большой глубине гофрировки (например,  $H/h=10$ ) напряжения  $\bar{\sigma}_w$  в сильфоне типа *I* оказываются существенно меньше, чем напряжения в сильфонах типов *II* и *III*. (Звездочкой отмечены напряжения сильфона, совершающего ход под действием давления, в отличие от случая, когда сильфон деформируется осевой силой). Если же сильфон работает в условиях силовой компенсации, то напряжения  $\bar{\sigma}_p$  будут наименьшими для сильфонов типа *III*.

Таблица 17

Относительные эквивалентные напряжения  $\bar{\sigma}_w^*$ ,  $\bar{\sigma}_p$

Напряжения	Тип сильфона	Относительные эквивалентные напряжения при $k$								
		1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
$\bar{\sigma}_w^*$	I	106,9	55,8	36,5	26,9	21,3	15,2	12,1	8,5	7,0
	II	125,1	73,9	54,9	45,8	40,8	35,9	33,8	32,0	31,4
	III	120,1	71,5	53,2	44,3	39,2	33,9	31,2	28,3	27,1
$\bar{\sigma}_p$	I	0,013	0,025	0,029	0,054	0,070	0,101	0,131	0,199	0,254
	II	0,013	0,025	0,039	0,053	0,067	0,095	0,121	0,177	0,222
	III	0,012	0,022	0,032	0,042	0,050	0,064	0,074	0,093	0,108

## 17. НОМОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ СВАРНЫХ СИЛЬФОНОВ

Если требуется рассчитать или спроектировать сварной сильфон с малой нелинейностью упругой характеристики ( $\gamma < 5\%$ ), то можно воспользоваться линейным решением задачи о прогибах и напряжениях мембран [6, 10, 13]. На основании этого решения с помощью ЭВМ рассчитывают относительные величины жесткости сильфона  $\bar{K}_Q$ , начальной эффективной площади  $f_0$ , наибольших эквивалентных напряжений  $\sigma_p$  при нагружении сильфона давлением в условиях силовой компенсации (ход  $w=0$ ) и наибольших напряжений  $\sigma_w^*$  для случая, когда сильфон совершает свободный ход под действием давления.

По результатам этих расчетов строят номограмму, по которой можно рассчитывать и проектировать сварные сильфоны. Такие номограммы для сварных сильфонов I, II и III типов приведены на рис. 59, 60, 61 соответственно.

**Пример 7.** Требуется определить жесткость и эффективную площадь сварного сильфона типа I, состоящего из 30 мембран, если  $R_n=14$  мм,  $R_b=8,5$  мм,  $h=0,2$  мм и  $H=0,8$  мм. Сильфон изготовлен из стали 4Х13, модуль упругости  $E=22300$  кгс/мм<sup>2</sup>. Вычислить наибольшее эквивалентное напряжение при давлении  $p=10$  кгс/см<sup>2</sup>, при работе сильфона по схеме силовой компенсации, а также наибольшее эквивалентное напряжение, в случае если сильфон совершает свободный ход  $w=3$  мм под действием давления.

**Решение.**

Вначале подсчитываем коэффициент  $k$ :

$$k = \frac{R_n}{R_b} = \frac{14}{8,5} = 1,647.$$

Зная  $k$ , по номограмме (рис. 59) находим относительную жесткость мембраны сильфона  $\bar{K}_Q=30$  и относительную эффективную площадь  $f_0=0,644$ . Далее по формуле (17) подсчитываем жесткость сильфона

$$K_Q = \frac{\bar{K}_Q \pi E h^3}{n R_n^2} = \frac{30 \cdot 3,14 \cdot 22300 \cdot 0,2^3}{30 \cdot 14^2} \approx 2,9 \text{ кгс/мм.}$$

Величина эффективной площади равна

$$F_{эф} = f_0 \pi R_n^2 = 0,644 \cdot 3,14 \cdot 14^2 \approx 3,3 \text{ см}^2.$$

Определим теперь наибольшие эквивалентные напряжения  $\sigma_p$  при нагружении сильфона давлением  $p=10$  кгс/см<sup>2</sup>, если сильфон не совершает хода. Для  $k=1,647$  и  $H/h=4$  находим по номограмме (рис. 59) величину  $\sigma_p=0,078$  и по формуле (22) рассчитываем наибольшее эквивалентное напряжение

$$\sigma_p = \bar{\sigma}_{p,p} \frac{R_n^2}{h^2} = 0,078 \cdot 0,1 \left( \frac{14}{0,2} \right)^2 = 38,2 \text{ кгс/мм}^2.$$

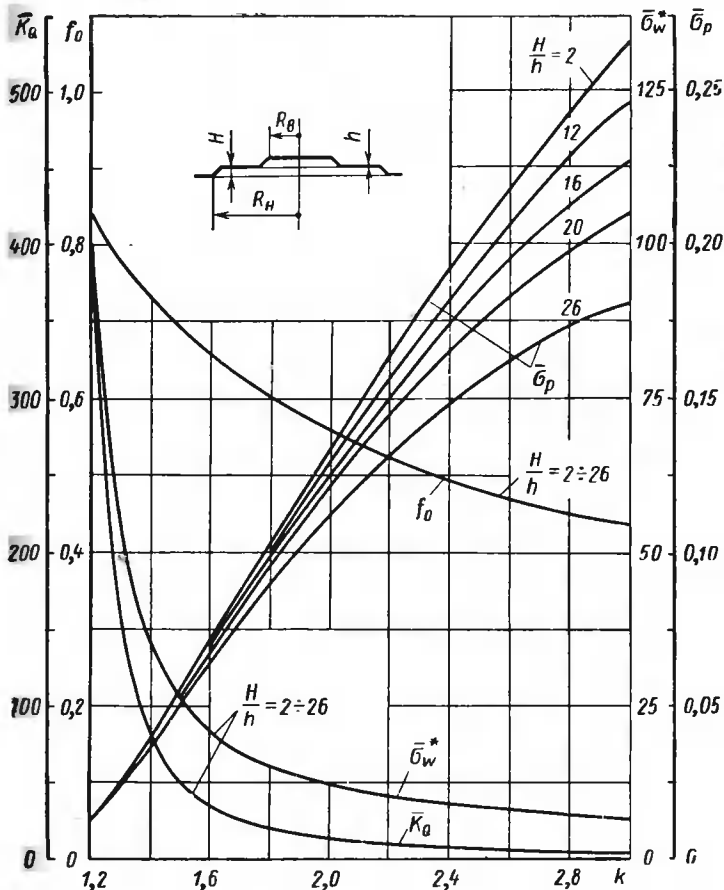


Рис. 59. Номограмма для определения  $f_0$ ,  $K_Q$ ,  $\bar{\sigma}_p$ ,  $\bar{\sigma}_w^*$  для сильфонов типа I

Наконец, вычислим напряжения в опасной точке сильфона при прогибе 3 мм. По графикам рис. 59 находим  $\bar{\sigma}_w^* = 19$ ; наибольшее эквивалентное напряжение  $\sigma_w^*$  равно (21)

$$\sigma_w^* = \frac{\bar{\sigma}_w^* \omega E h}{n R_H^2} = \frac{19 \cdot 3 \cdot 22300 \cdot 0,2}{30 \cdot 14^2} = 43,2 \text{ кгс/мм}^2.$$

При проектировании прежде всего выбирают материал в соответствии с требованиями, предъявляемыми к сильфону. Величина

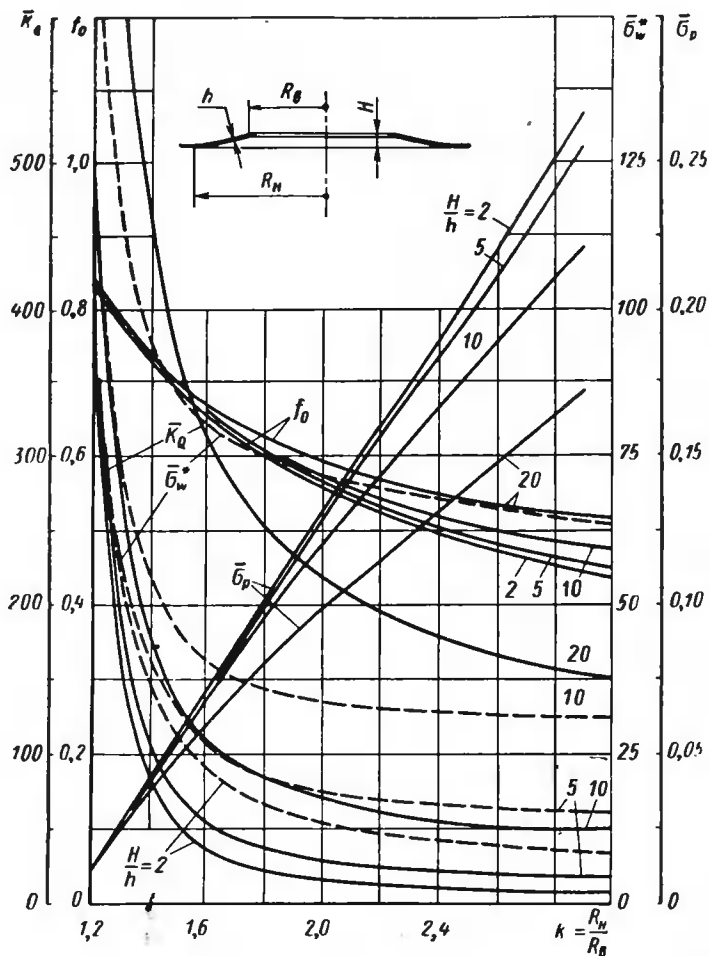


Рис. 60. Номограмма для определения  $f_0$ ,  $\bar{K}_Q$ ,  $\bar{\sigma}_p$ ,  $\bar{\sigma}_w^*$  для сильфонов типа II

наружного радиуса сильфона  $R_n$  обусловлена габаритами или требуемой величиной эффективной площади  $F_{эф}$ .

При заданных величинах наружного радиуса  $R_n$  и эффективной площади  $F_{эф}$  вычисляют относительную эффективную площадь  $f_0$  и по номограммам (рис. 59, 60, 61) находят значения коэффициента  $k$ , относительной глубины  $H/h$  и относительной жесткости мембраны  $\bar{K}_Q$ . Задаввшись количеством мембран  $n$  сварного сильфона, по формуле (17) вычисляют толщину.

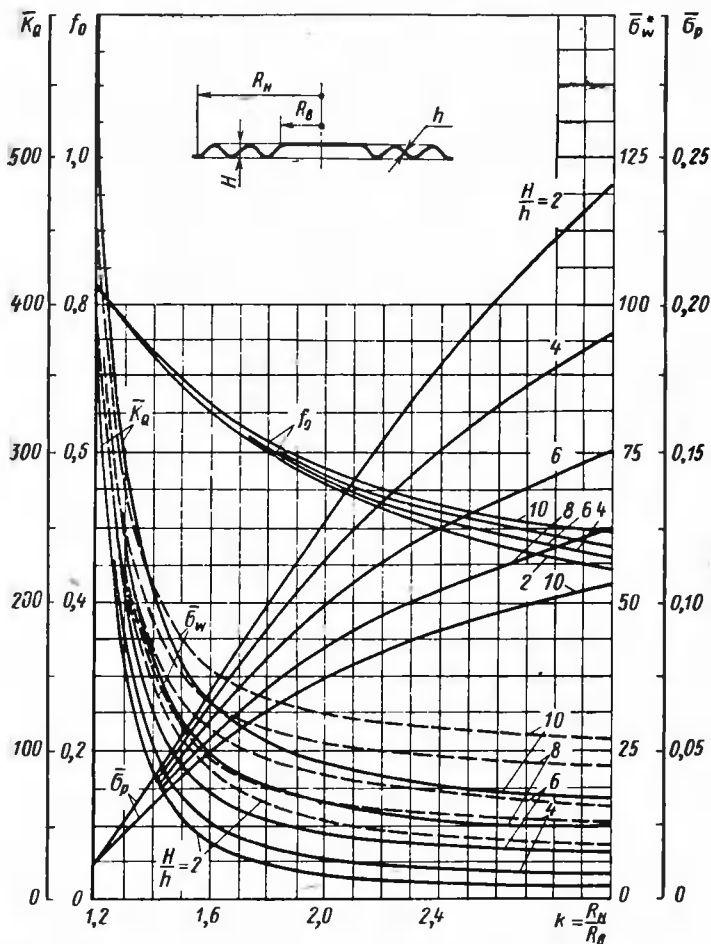


Рис. 61. Номограмма для определения  $f_0$ ,  $\bar{K}_Q$ ,  $\bar{\sigma}_p$ ,  $\bar{\sigma}_w^*$  для сильфонов типа III

$$h = \sqrt[3]{\frac{K_Q n R_H^2}{\pi E \bar{K}_Q}}$$

Затем по коэффициенту  $k = \frac{R_H}{R_B}$  находят величину внутреннего радиуса  $R_B$ ; глубину  $H$  вычисляют по относительной глубине гофрировки  $H/h$ .

Поскольку невозможно сразу назначить оптимальное число мем-

бран  $n$ , целесообразно вести одновременно проектирование нескольких сильфонов, задавшись рядом значений  $n$ .

Если сильфон работает в условии силовой компенсации, то по номограммам находят относительные напряжения  $\bar{\sigma}_p$  и по формуле (22) вычисляют наибольшие эквивалентные напряжения  $\sigma_p$  при заданном давлении  $p$ .

Если сильфон при работе совершает свободный ход под действием давления, то по номограммам находят относительные напряжения  $\bar{\sigma}_w^*$  и определяют наибольшее эквивалентное напряжение  $\sigma_w^*$  по формуле (21) при известном ходе  $w$ .

Таким образом, получают ряд сильфонов, имеющих заданные наружный радиус, эффективную площадь и жесткость и состоящих из разного количества мембран. Окончательный выбор сильфона проводят, исходя из конкретных технических требований.

**Пример 8.** Требуется спроектировать сварной сильфон типа I. Жесткость  $K_Q = 0,7$  кгс/мм, радиус  $R_n = 15$  мм, эффективная площадь  $F_{эф} = 4$  см<sup>2</sup>. Материал — сплав ЭИ702; модуль упругости  $E = 21000$  кгс/мм<sup>2</sup>. Сильфон работает в схеме силовой компенсации при давлении  $p = 1$  кгс/см<sup>2</sup>.

**Решение**

При заданных величинах наружного радиуса  $R_n$  и эффективной площади  $F_{эф}$  вычислим относительную эффективную площадь  $f_0$

$$f_0 = \frac{F_{эф}}{\pi R_n^2} = \frac{4}{3,14 \cdot 1,5^2} = 0,565.$$

По номограмме (рис. 59) по вычисленному значению  $f_0$  найдем коэффициент  $k = 1,95$ , относительную жесткость мембраны  $\bar{K}_Q = 14$  и относительные напряжения, которые при  $H/h = 2$ , соответственно равны  $\bar{\sigma}_p = 0,125$  и при  $H/h = 26$ ,  $\bar{\sigma}_p = 0,106$ . Задавшись количеством мембран сварного сильфона  $n = 6, 10, 20, 30, 40$  для каждого значения  $n$  подсчитываем толщину мембраны  $h$  по формуле (17). Высота рабочей части сильфона равна  $l = (2H + h)n$ . Глубина гофрировки  $H$  определяется по отношению  $H/h$ . Внутренний радиус сильфона равен  $R_{в} = \frac{R_n}{k} = \frac{15}{1,95} = 7,7$  мм. Зная относительное напряже-

ние  $\bar{\sigma}_p$  и, пользуясь формулой (22), при заданном давлении  $p = 1$  кгс/см<sup>2</sup> рассчитывает эквивалентное напряжение  $\sigma_p$  для каждого значения  $n$ . Результаты расчета  $h$ ,  $H$ ,  $\sigma_p$  сведены в табл. 18. В этой же таблице для двух значений относительной глубины гофрировки  $H/h = 2$  и  $H/h = 26$  приведена длина  $l$  рабочей части сварного сильфона. На рис. 62 показаны зависимости толщины  $h$  и напряжения  $\sigma_p$  от количества мембран  $n$ .

Предположим, что допускаемое напряжение в данном случае равно  $[\sigma] = 10$  кгс/мм<sup>2</sup>. Этому значению допускаемого напряжения соответствует несколько сильфонов (рис. 62), причем при  $H/h = 2$  сварной сильфон должен иметь  $n = 28$  мембран толщиной  $h = 0,168$  мм, а при  $H/h = 26$  должен иметь  $n = 25$  мембран толщиной  $h = 0,155$  мм. При этом длина рабочей части будет соответственно  $l = 23,5$  мм и  $l = 205$  мм.

Если габаритные размеры сильфона по высоте ограничены, например,  $l = 45$  мм, то это предопределяет окончательный выбор глубины гофрировки  $H$ , т. е. шага гофрировки сильфона. Для проек-

К решению примера 6

n	$\frac{H}{h} = 2$				$\frac{H}{h} = 26$			
	h в мм	H в мм	l в мм	$\sigma_p$ в кгс/мм <sup>2</sup>	h в мм	H в мм	l в мм	$\sigma_p$ в кгс/мм <sup>2</sup>
6	0,10	0,20	3,0	28,2	0,095	2,5	30,2	26,5
10	0,12	0,24	6,0	19,5	0,114	3,0	60,5	18,5
20	0,15	0,30	15,0	12,5	0,144	3,7	152,5	11,4
30	0,17	0,34	25,5	9,7	0,165	4,3	262,4	8,8
40	0,19	0,38	38,0	7,8	0,180	4,7	380,8	7,3

тируемого сильфона примем  $n=25$ , при этом глубина гофрировки  $H=0,823$ .

Полученные результаты будут справедливы, если нелинейность достаточно мала.

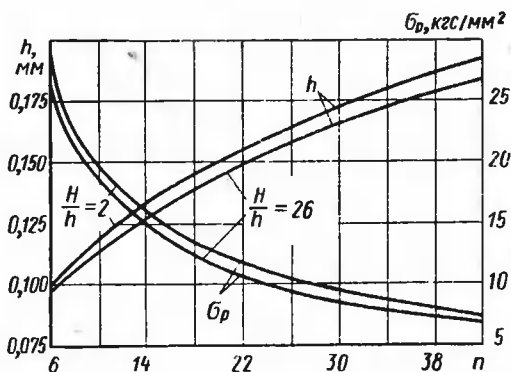


Рис. 62. График изменения толщины  $h$  и наибольших эквивалентных напряжений  $\sigma_p$

Определим для спроектированных сильфонов значения относительного давления. Если оно окажется меньше значения  $p_0$ , указанного в табл. 13, то нелинейность характеристики сильфонов будет меньше 5%. Для спроектированных сильфонов при  $H/h=2$ ,

$p_0 = \frac{pR_n^4}{Eh^4} = 30,4$ ; при  $\frac{H}{h}=26$ ,  $p_0=38,9$ . Для сильфонов типа I при на-

гружении внутренним давлением значения параметра  $p_0$ , при котором нелинейность  $\gamma$  равна 5%, для  $k=1,95$  следующие: при  $H/h=2$ ,  $p_0 \leq |54|$ ; при  $H/h=26$ ,  $p_0 \leq |53|$  (табл. 13). Сопоставление рассчитанных значений  $p_0$  с табличными показывает, что спроектированные сильфоны имеют нелинейность характеристики  $\gamma$  менее 5%.

Сильфоны часто применяют в качестве компенсаторов теплового расширения жидкости. Например, в поплавковом гидроскопическом приборе (рис. 2,б) основное назначение сильфона — создавать необходимое давление и поддерживать его с заданной точностью при колебаниях температуры. Если не учитывать температурные изменения геометрических размеров прибора, то изменение объема жидкости  $\Delta V$  будет полностью восприниматься сильфоном

$$\Delta V = F_{\text{эф}} \Delta \omega,$$

где  $\Delta \omega$  — изменение хода сильфона при температурной компенсации. При изменении температуры на  $\Delta t$  объем жидкости изменяется на

$$\Delta V = \alpha V \Delta t;$$

здесь  $\alpha$  — температурный коэффициент объемного расширения жидкости;  $V$  — объем жидкости.

Для того чтобы изменение давления жидкости не выходило за пределы заданного допуска  $\Delta p$ , необходимо, чтобы сильфон имел достаточную податливость. Жесткость сильфона  $K_Q$  определяется из уравнения

$$K_Q = \frac{\Delta p F_{\text{эф}}}{\Delta \omega}.$$

По величине жесткости  $K_Q$  с учетом заданных габаритных размеров и допускаемого напряжения можно спроектировать сварной сильфон описанным выше методом.

**Пример 9.** Предположим, нужно спроектировать сильфон по следующим данным: объем жидкости  $V = 8 \text{ см}^3$ , температурный коэффициент объемного расширения жидкости  $\alpha = 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$ , температурный интервал  $\Delta t = \pm 50^\circ\text{C}$ , допуск на давление  $\Delta p = \pm 0,1 \text{ кгс/см}^2$ . Абсолютное давление жидкости при нормальной температуре  $p = 1,2 \text{ кгс/см}^2$ . Конструкция прибора предопределяет в данном случае следующие размеры сильфона:  $2R_{\text{в}} \leq 32 \text{ мм}$ ,  $2R_{\text{в}} \geq 20 \text{ мм}$ ,  $l \leq 6 \text{ мм}$ .

#### Решение

Выберем сильфон, состоящий из кольцевых конических мембран (тип II), складывающихся при перегрузках внешним давлением. Из соображений наибольшей податливости примем  $R_{\text{в}} = 16 \text{ мм}$ ,

$R_{\text{в}} = 10 \text{ мм}$ . По параметру  $k = \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{в}}} = 1,6$  по номограмме (см. рис. 60)

определим безразмерные величины эффективной площади  $f_0$ , жесткости  $K_Q$  и наибольших эквивалентных напряжений  $\bar{\sigma}_w$  для нескольких значений относительной высоты мембраны  $H/h$ . Результаты приведены в табл. 19. Эффективная площадь  $F_{\text{эф}}$ , изменение прогиба  $\Delta \omega$  сильфона при изменении температуры жидкости на  $\Delta t$  и жесткость  $K_Q$  определяем по следующим формулам:

$$F_{\text{эф}} = f_0 \pi R_{\text{н}}^2; \quad \Delta \omega = \frac{\Delta V}{F_{\text{эф}}}; \quad K_Q = \frac{\Delta p F_{\text{эф}}}{\Delta \omega}.$$

Результаты вычислений приведены также в табл. 19.

К решению примера 9

$\frac{H}{h}$	$i_0$	$\bar{K}_Q$	$\bar{\sigma}_w^*$	$F_{эф}$ в см <sup>2</sup>	$\Delta w$ в мм	$K_Q$ в кгс/мм
2	0,652	39	23,0	5,24	0,764	0,687
5	0,656	56	27,5	5,27	0,759	0,695
10	0,664	113	41,9	5,33	0,751	0,704
20	0,667	318	80,3	5,36	0,747	0,720

В качестве материала сильфона выберем сталь 4Х13, имеющую модуль упругости  $E=22300$  кгс/мм<sup>2</sup>. Пользуясь выражением (17) по жесткости подберем толщину  $h$  и число мембран  $n$

$$\frac{n}{h^3} = \frac{\bar{K}_Q}{K_Q} \frac{\pi E}{R_n^2}.$$

Отношение  $\frac{n}{n_3}$  дано в табл. 20. Задавшись числом гофров сильфона  $\frac{n}{2}=2, 3, 4$ , найдем для каждого варианта толщину  $h$  (табл. 20). Глубину гофрировки  $H$  определим по отношению  $H/h$ ; высоту сильфона вычислим по формуле

$$l = (H + h) n.$$

Результаты вычисления  $H$  и  $l$  даны в табл. 20. Из таблицы следует, что некоторые варианты не удовлетворяют заданному требованию  $l \leq 6$  мм. Эти варианты исключим из дальнейшего рассмотрения (в табл. 20 отмечены звездочкой).

Следует учесть то обстоятельство, что после заполнения прибора жидкостью возникает избыточное давление  $p_n=0,2$  кгс/см<sup>2</sup>. При этом сильфон получит начальный ход  $w_1$ :

$$w_1 = \Delta w \frac{p_n}{\Delta p} = 2 \Delta w.$$

Полный ход сильфона

$$w = w_1 + \Delta w = 3 \Delta w.$$

Если сильфон при заполнении прибора и при нагреве жидкости работает на сжатие, то для того, чтобы не произошла преждевременная посадка гофров, необходимо выполнить условие

$$w_0 = \frac{w}{n} < H,$$

здесь  $w_0$  — прогиб одной мембраны (табл. 20). Это условие также приводит к необходимости исключить некоторые варианты. Остав-

К решению примера 9

$\frac{H}{h}$	$\frac{n}{h^3}$ в 1/мм <sup>3</sup>	$h$ в мм			$H$ в мм			$l$ в мм			$w$ в мм	$w_0$ в мм		
		$n=4$	$n=6$	$n=8$	$n=4$	$n=6$	$n=8$	$n=4$	$n=6$	$n=8$		$n=4$	$n=6$	$n=8$
2	$7,08 \cdot 10^3$	0,0827	0,0945	0,1040	0,165	0,189	0,208	0,99	1,705	2,50	2,29	0,572*	0,382*	0,286*
5	$11,03 \cdot 10^3$	0,0714	0,0816	0,0899	0,375	0,408	0,450	1,71	2,94	4,32	2,28	0,570*	0,380	0,285
10	$21,00 \cdot 10^3$	0,0575	0,0658	0,0725	0,575	0,658	0,725	2,56	4,34	6,39*	2,26	0,565	0,377	—
20	$60,50 \cdot 10^3$	0,0405	0,0464	0,0509	1,650	1,890	2,080	6,75*	11,6*	17,0*	2,24	—	—	—

шие варианты проверяем по напряжениям. Используя значения безразмерного напряжения  $\bar{\sigma}_w^*$  (табл. 19), найдем напряжения в опасной точке по формуле (21)

$$\sigma_w^* = \frac{\bar{\sigma}_w^* w E h}{R_n^2 n}.$$

Таблица 21

К решению примера 9

$\frac{H}{h}$	$\sigma_w^*$ в кгс/мм <sup>2</sup>		
	$n=4$	$n=6$	$n=8$
2	—	—	—
5	—	74,2	61,4
10	116,0	88,5	—
20	—	—	—

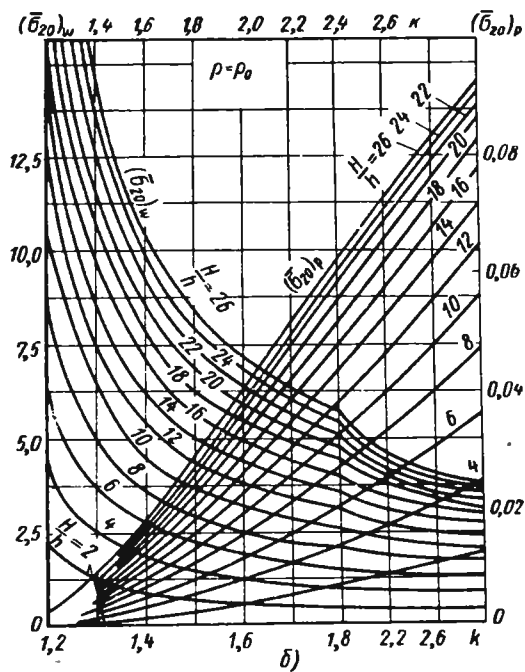
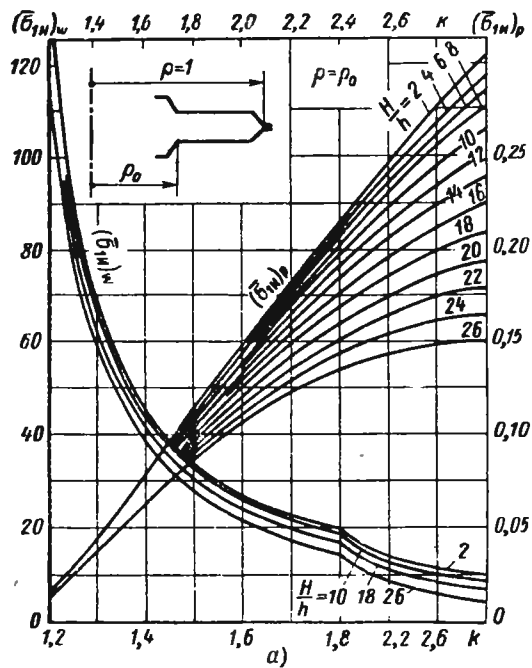
Результаты расчета приведены в табл. 21. Из таблицы следует, что наименьшие напряжения  $\sigma_w^* = 61,4$  кгс/мм<sup>2</sup> возникают в сильфоне, состоящем из  $n=8$  мембран с толщиной  $h=0,09$  мм и глубиной гофрировки  $H=0,45$  мм. Длина его рабочей части  $l=4,32$  мм.

При сложном режиме работы, когда сварной сильфон совершает определенный ход до упора и далее нагружается давлением, приведенных выше номограмм недостаточно для расчета напряжений и проектирования сильфона. При различных сочетаниях величины хода и давления опасной может оказаться точка на наружном ( $\rho=1$ ), или на внутреннем контуре ( $\rho=\rho_0$ ) гофра.

Анализ закономерностей распределения напряжений по профилю мембраны показал, что определяющими, как при нагружении давлением в условиях силовой компенсации, так и в случае, когда сильфон совершает свободный ход, являются изгибные меридиональные напряжения  $\sigma_{1n}$  (см. п. 16). Напряжения изгиба в окружном направлении  $\sigma_{2n}$  в опасных точках примерно в 3 раза меньше, чем меридиональные. Существенными могут быть окружные  $\sigma_{20}$  мембранные напряжения, радиальные же мембранные напряжения  $\sigma_{10}$  на порядок меньше и в расчете их можно не учитывать.

На рис. 63—65 приведены номограммы относительных изгибных  $(\bar{\sigma}_{1n})_w$ ,  $(\sigma_{1n})_r$  и относительных мембранных  $(\bar{\sigma}_{20})_r$ ,  $(\bar{\sigma}_{20})_w$  напряжений для внутреннего ( $\rho=\rho_0$ ) и наружного ( $\rho=1$ ) контуров сварных сильфонов типов I, II и III. (Здесь  $\rho = \frac{r}{R_{11}}$ ,  $r$  — текущий радиус

мембраны). Знак напряжений  $\sigma_{1n}$ ,  $\sigma_{2n}$ ,  $\sigma_{20}$  зависит от условий нагружения и устанавливается для сильфонов рассматриваемых типов так же, как и для бесшовных сильфонов согласно табл. 1 и рис. 35. Исключение представляют лишь окружные мембранные напряжения  $\sigma_{20}$  для сильфонов типа III, составленных из гофрированных мембран. Знак напряжений  $\sigma_{20}$  в точках наружного и внутреннего контуров для сильфонов типа III противоположен знаку напряжений



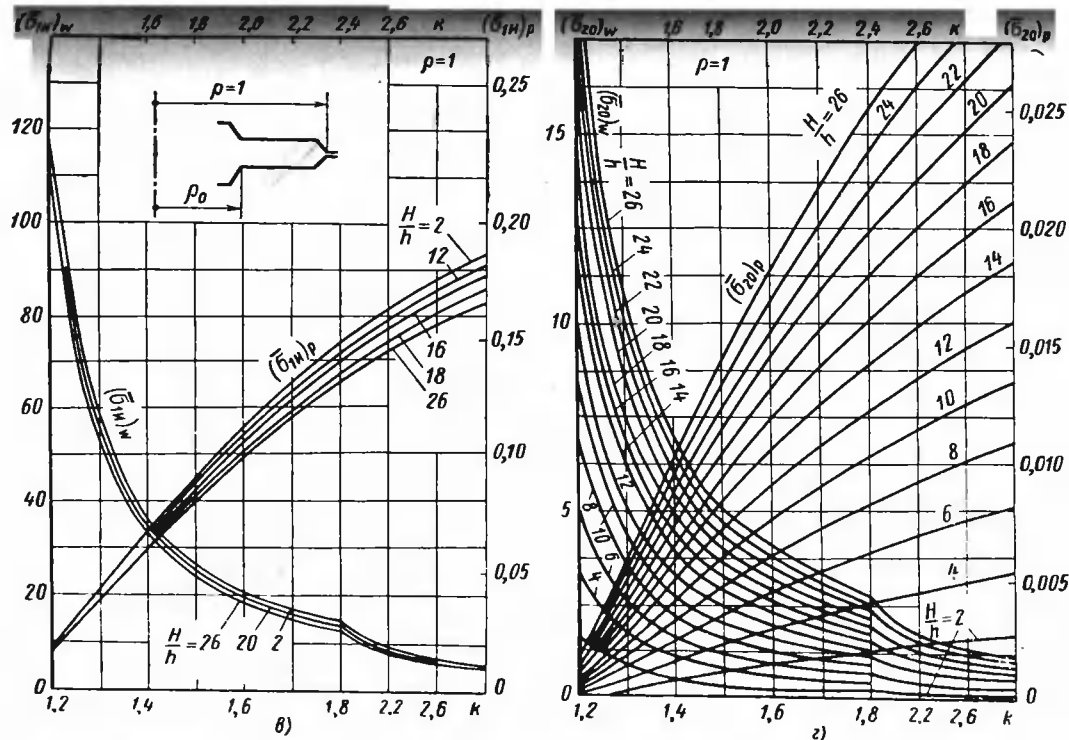


Рис. 63. Номограмма для определения изгибных ( $\sigma_{\theta}$ ) и мембранных ( $\sigma_z$ ) напряжений в сильфонах типа I. Верхняя шкала  $k$  для  $(\sigma)_{\rho}$ ; нижняя — для  $(\sigma)_w$

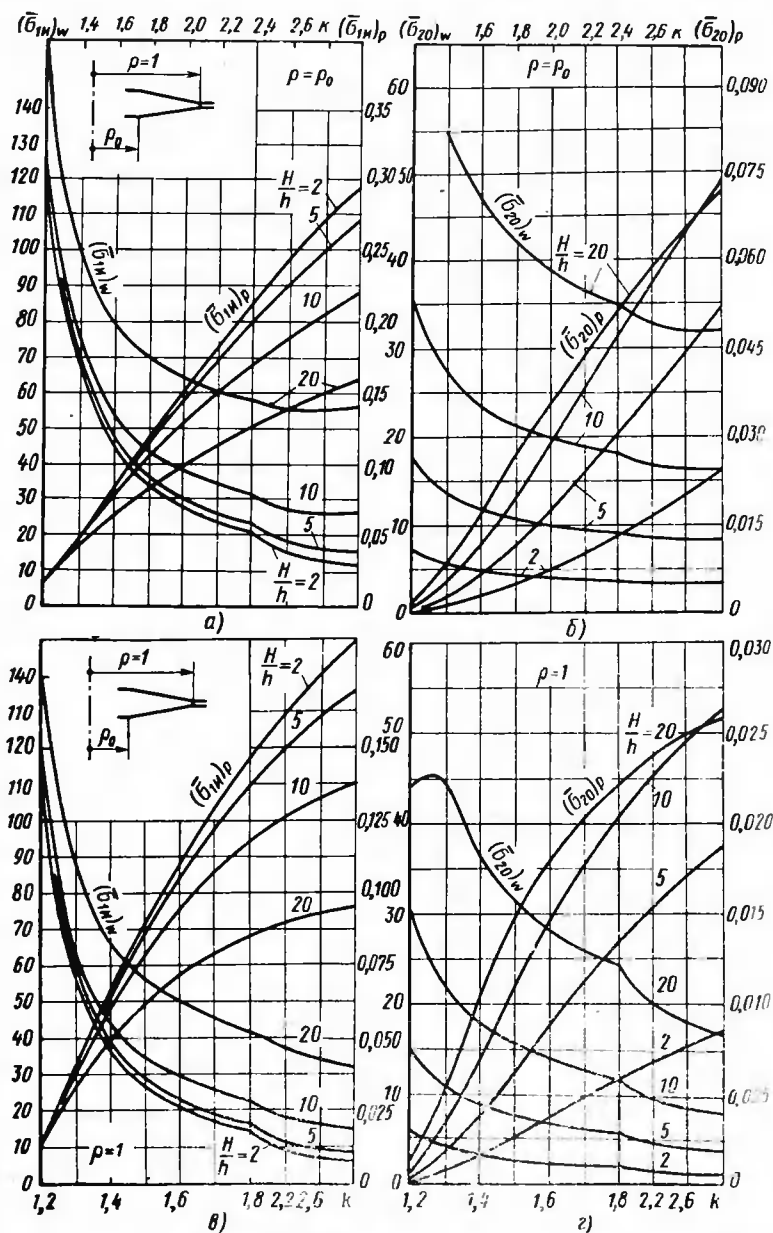


Рис. 64. Номограмма для определения изгибных (а, в) и мембранных (б, г) напряжений в сильфонах типа II. Верхняя шкала  $k$  для  $(\bar{\sigma})_p$ , нижняя — для  $(\bar{\sigma})_w$

$\sigma_{20}$  для сильфонов типа I и II (рис. 63, б, з; 64, б, з). Это отмечено знаком «—» на соответствующих графиках (рис. 65, б, з).

В общем случае нагружения сильфона при определении напряжений удобно пользоваться принципом независимости действия сил. Сначала находят напряжения отдельно для случаев, когда сильфон совершает свободный ход под действием силы  $\bar{\sigma}_w$ , затем в условии силовой компенсации  $\bar{\sigma}_p$ . Эти напряжения суммируют (20) с учетом знаков, определяемых в зависимости от условий работы сильфона согласно табл. 1. Меридиональные изгибные напряжения

$$\sigma_{1n} = (\sigma_{1n})_w + (\sigma_{1n})_p; \quad (51)$$

окружные мембранные напряжения

$$\sigma_{20} = (\sigma_{20})_w + (\sigma_{20})_p. \quad (52)$$

Напряжения изгиба в окружном направлении

$$\sigma_{2n} = \mu \sigma_{1n}.$$

Главные напряжения

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\approx \sigma_{1n}; \\ \sigma_2 &= \sigma_{20} + \sigma_{2n}. \end{aligned}$$

Эквивалентные напряжения определяют по энергетической теории прочности (18)

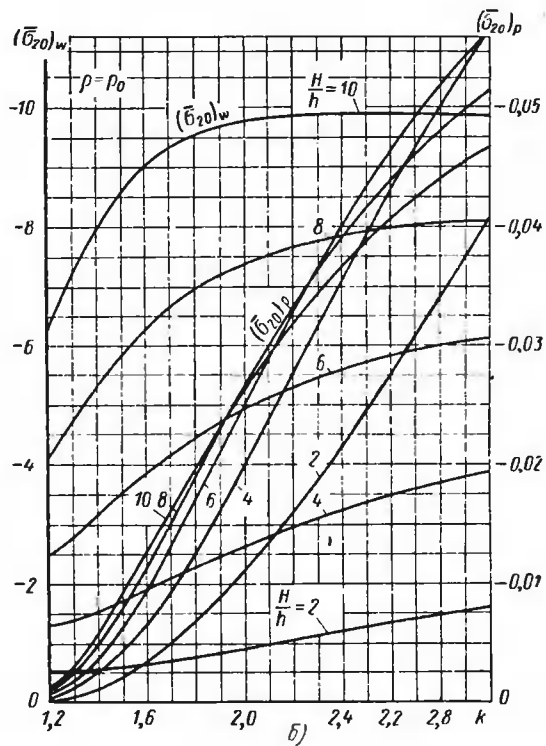
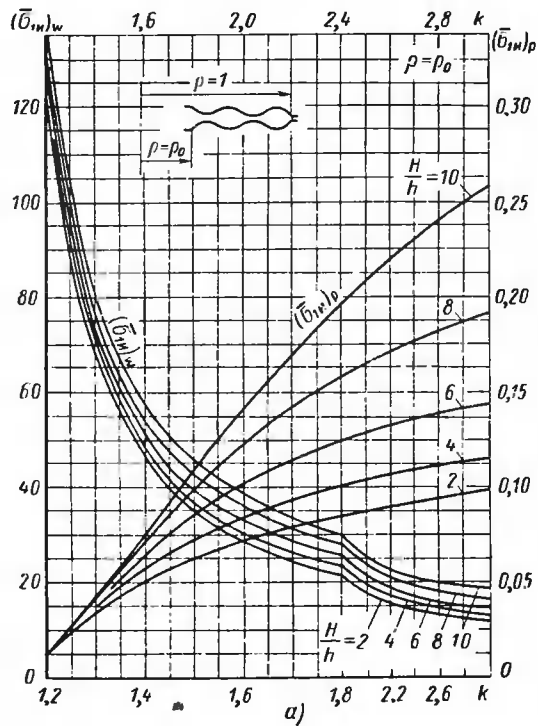
$$\sigma_{\text{эв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}.$$

При сложном нагружении сильфона расчет эквивалентных напряжений необходимо провести для точек А, В ( $\rho = \rho_0$ ) и для точек С, Д ( $\rho = 1$ ) (рис. 54). Сравнивая эквивалентные напряжения, находят положение опасной точки.

**Пример 10.** Рассчитать напряжения в сварном сильфоне типа III, состоящем из 30 мембран с наружным радиусом  $R_n = 15$  мм, внутренним  $R_v = 7,1$  мм, толщиной  $h = 0,1$  мм, глубиной гофрировки  $H = 1$  мм. Материал сильфона сплавов ЭИ702, модуль упругости которого  $E = 21000$  кгс/мм<sup>2</sup>, предел текучести  $\sigma_T = 100$  кгс/мм<sup>2</sup>. Сильфон нагружен давлением  $p = 1,3$  кгс/см<sup>2</sup>, его ход до упора равен  $w = 5$  мм.

**Решение**

По коэффициенту  $k = \frac{R_n}{R_v} = \frac{15}{7,1} = 2,11$  и отношению  $\frac{H}{h} = 10$  по номограммам (см. рис. 65) находим относительные изгибные напряжения от хода  $(\sigma_{1n})_w$  и давления  $(\sigma_{1n})_p$ , а также относительные мембранные напряжения  $(\sigma_{20})_w$ ,  $(\sigma_{20})_p$  для внутреннего ( $\rho = \rho_0$ ) и наружного ( $\rho = 1$ ) контуров сварного сильфона. Величины этих напряжений даны в табл. 22. Затем подсчитываем напряжения от давления



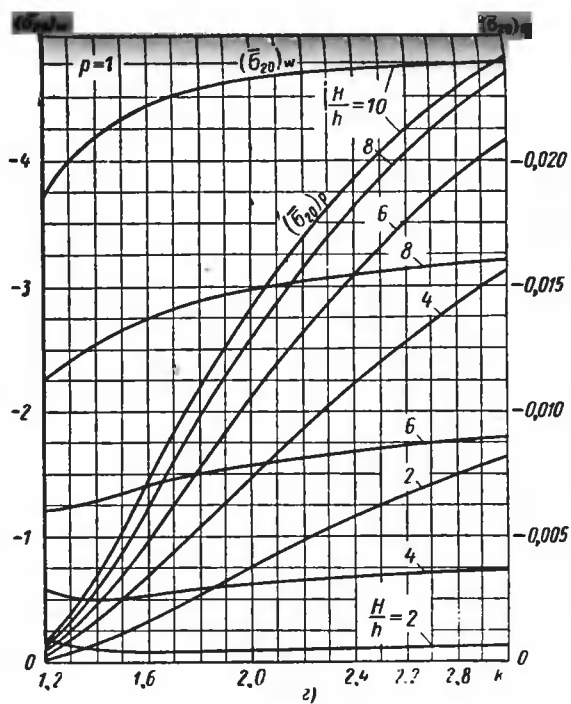
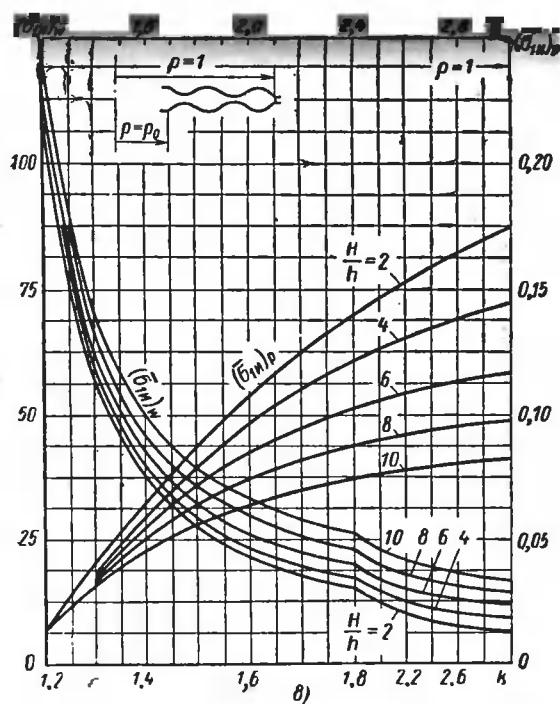
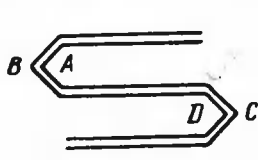


Рис. 65. Номограмма для определения изгибных (а, в) и мембранных (б, г) напряжений в сильфонах типа III. Верхняя шкала  $k$  для  $(\bar{\sigma}_{11})_w$

К решению примера 10

Относительный радиус	Напряжения			
	$(\bar{\sigma}_{1n})_p$	$(\bar{\sigma}_{2n})_p$	$(\bar{\sigma}_{1n})_w$	$(\bar{\sigma}_{2n})_w$
$\rho = \rho_0 \dots \dots \dots$	0,0750	0,0294	23,5	-9,88
$\rho = 1 \dots \dots \dots$	0,0675	0,01585	21,5	-4,72



$$p = 1,3 \text{ кгс/см}^2$$

$$\sigma_p = \bar{\sigma}_p \rho \left( \frac{R_n}{h} \right)^2$$

$$\text{и от хода } w = 5 \text{ мм}$$

$$\sigma_w = \bar{\sigma}_w \frac{w E h}{n R_n^2}$$

Рис. 66. Положение точек A, B, C, D

Знаки этих напряжений устанавливаем в соответствии с табл. 1. Результаты расчета приведены в табл. 23.

Таблица 23

К решению примера 10

Обозначения напряжений	Напряжения в кгс/мм <sup>2</sup> для точек			
	A	B	C	D
$(\sigma_{1n})_w \dots \dots \dots$	+36,5	-36,5	-33,5	+33,5
$(\sigma_{1n})_p \dots \dots \dots$	-22,0	+22,0	-19,8	+19,8
$\sigma_{1n} \dots \dots \dots$	+14,5	-14,5	-53,3	+53,3
$(\sigma_{2n})_w \dots \dots \dots$	+12,2	-12,2	-11,15	+11,15
$(\sigma_{2n})_p \dots \dots \dots$	-7,3	+7,3	-6,6	+6,6
$\sigma_{2n} \dots \dots \dots$	+4,9	-4,9	-17,8	+17,8
$(\sigma_{20})_w \dots \dots \dots$	-15,3	-15,3	+7,7	-7,7
$(\sigma_{20})_p \dots \dots \dots$	+8,6	+8,6	+4,6	+4,6
$\sigma_{20} \dots \dots \dots$	-6,7	-6,7	+11,9	+11,9
$\sigma_{экв} \dots \dots \dots$	15,5	13,3	50,6	46,2

Далее по формулам (51), (24) находим суммарные изгибные напряжения  $\sigma_{1n}$ ,  $\sigma_{2n}$  и суммарные мембранные напряжения  $\sigma_{20}$  (52) для четырех точек A, B, C, D сифона (рис. 66). Для этих точек вычисляем наибольшие эквивалентные напряжения. В данном случае опасная точка C находится на наружной поверхности наружного контура сифона и наибольшее эквивалентное напряжение при давлении  $p = 1,3 \text{ кгс/см}^2$  и ходе  $w = 5 \text{ мм}$  равно  $\sigma_{экв} = 50,6 \text{ кгс/мм}^2$ .

Пример 11. Требуется спроектировать сварной сифон тн-

па I. Жесткость сифона должна быть  $K_Q = 0,9$  кгс/мм, радиус  $R_n \leq 15$  мм, эффективная площадь  $F_{\text{эф}} = 4$  см<sup>2</sup>. Материал сифона — сплав ЭИ702; его модуль упругости  $E = 21000$  кгс/мм<sup>2</sup>, предел текучести  $\sigma_T = 100$  кгс/мм<sup>2</sup>. При работе сифон нагружается внутренним давлением  $p = 2$  кгс/см<sup>2</sup> и совершает ход до упора  $w = 3$  мм.

Решение

Вычислим относительную эффективную площадь

$$f_0 = \frac{F_{\text{эф}}}{\pi R_n^2} = \frac{4}{3,14 \cdot 1,5^2} = 0,565.$$

По номограмме (см. рис. 59) по вычисленному значению  $f_0$  находим коэффициент  $k$  и относительную жесткость мембраны  $\bar{K}_Q$ , которые при относительной глубине  $H/h = 2 \div 26$  равны:  $k = 1,95$ ;  $\bar{K}_Q = 14$ . Задавшись количеством мембран сварного сифона  $n = 6, 10, 20, 30, 40$  для каждого значения  $n$ , подсчитываем толщину мембраны  $h$  по формуле (17)

$$h = \sqrt[3]{\frac{K_Q n R_n^2}{\pi E \bar{K}_Q}}.$$

Высота рабочей части сифона равна  $l = (2H + h)n$ , глубина гофрировки  $H$  определяется по отношению  $H/h$ , а внутренний радиус сифона  $R_B = \frac{R_n}{k} = \frac{15}{1,95} = 7,7$  мм.

По номограммам (см. рис. 63) при нахождении коэффициента  $k = 1,95$  для двух выбранных значений  $H/h = 2$  и 10 находим относительные изгибные напряжения  $(\bar{\sigma}_{1n})_w$ ,  $(\bar{\sigma}_{1n})_p$  и относительные мембранные напряжения  $(\bar{\sigma}_{20})_w$ ,  $(\bar{\sigma}_{20})_p$  для внутреннего ( $\rho = \rho_0$ ) и наружного ( $\rho = 1$ ) контуров сварного сифона (табл. 24). Зная толщину

Таблица 24

К решению примера 11

$\frac{H}{h}$	$\rho = \rho_0$				$\rho = 1$			
	$(\bar{\sigma}_{1n})_w$	$(\bar{\sigma}_{20})_w$	$(\bar{\sigma}_{1n})_p$	$(\bar{\sigma}_{20})_p$	$(\bar{\sigma}_{1n})_w$	$(\bar{\sigma}_{20})_w$	$(\bar{\sigma}_{1n})_p$	$(\bar{\sigma}_{20})_p$
2	18,0	0,5	0,140	0,0036	11,4	0,125	0,107	0,0016
10	17,0	2,5	0,133	0,0180	11,4	0,875	0,104	0,0074

мембраны, подсчитываем изгибные и мембранные напряжения от хода и от давления по формулам (21) и (22). Знаки напряжений устанавливаются в соответствии с табл. 1. Далее по формулам (51), (24) находим суммарные изгибные напряжения  $\sigma_{1n}$ ,  $\sigma_{2n}$  и суммарные мембранные напряжения  $\sigma_{20}$  (52). Как было показано в примере 10 для точек внутреннего и наружного контуров  $A, B, C, D$ , вычисляем величину эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$ . Результаты расчета  $h, H, l, \sigma_{\text{экв}}$  приведены в табл. 25.

К решению примера 11

$\frac{H}{h}$	$n$	$h$ в мм	$H$ в мм	$l$ в мм	$\sigma_{\text{экв}}$ в кгс/мм <sup>2</sup> для точек				$n_T$
					A	B	C	D	
2	6	0,110	0,22	3,30	49,3	47,6	119,1	117,4	0,84
	10	0,130	0,26	6,5	34,6	33,4	84,7	83,5	1,18
	20	0,164	0,33	16,48	21,9	21,1	53,4	52,6	1,87
	30	0,187	0,37	27,81	16,4	15,8	40,8	40,2	2,45
	40	0,206	0,41	11,04	13,6	13,1	33,6	33,2	2,98
10	6	0,110	1,10	13,86	50,1	41,6	122,0	111,9	0,82
	10	0,130	1,30	27,3	35,1	29,2	86,8	79,7	1,15
	20	0,164	1,64	68,88	22,3	18,5	54,7	50,2	1,82
	30	0,187	1,87	117,81	16,7	13,8	41,8	38,3	2,39
	40	0,206	2,06	173,04	13,8	11,5	34,5	31,6	2,90

Анализ величины напряжений  $\sigma_{\text{экв}}$  показал, что опасной является точка C, которая располагается на наружной поверхности вблизи наружного контура сифона. По напряжениям для точки C определим коэффициент запаса по текучести  $n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}}$  (табл. 25).

На рис. 67 приведены графики зависимости толщины  $h$  и наибольшего эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  для опасной точки C от

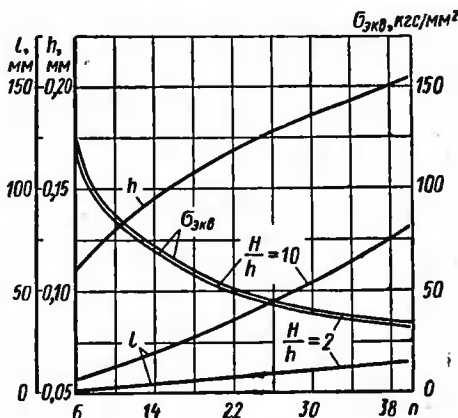


Рис. 67. Графики изменения толщины  $h$ , длины  $l$  и наибольших эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{экв}}$

количества мембран  $n$  при давлении  $p=2$  кгс/см<sup>2</sup> и ходе  $w=3$  мм при двух значениях относительной глубины гофрировки  $H/h=2$  и 10. На том же рис. 67 приведен график зависимости длины рабочей части сифона  $l$  от количества мембран  $n$  при значениях  $H/h=2$  и 10.

Исходя из условий работы сильфона назначаем коэффициент запаса. Если, например, принять  $n_T=2$ , то допускаемое напряжение  $[\sigma]$  равно

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{2} = 50 \text{ кгс/мм}^2.$$

Этому значению допускаемого напряжения соответствуют следующие сильфоны. При  $H/h=2$  сварной сильфон должен состоять из  $n=23$  мембран толщиной  $h=0,172$  мм, а при  $H/h=10$  — из  $n=22$  мембран толщиной  $h=0,169$  мм. При этом длина рабочей части соответственно равна  $l=19,8$  мм и  $l=78,1$  мм. Если габаритные размеры сильфона по высоте ограничены, например  $l < 20$  мм, то это предопределяет окончательный выбор глубины гофрировки  $H=0,344$  мм, от которой зависит шаг гофрировки сильфона.

ЦИКЛИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ  
СИЛЬФОНОВ

Циклическая прочность, т. е. число циклов нагружений, выдерживаемых сильфоном до разрушения, является одной из основных характеристик, определяющей пригодность сильфона для работы в приборах или других изделиях с заданным сроком службы в условиях циклического нагружения. Первые исследования циклической прочности сильфона были проведены в тридцатых годах некоторыми ведущими зарубежными фирмами. Опубликованные ими номограммы предназначены для приближенной оценки циклической прочности полутомпаковых сильфонов в зависимости от величины относительных нагрузок<sup>1</sup>. По номограммам можно определять циклопрочность сильфонов для двух схем работы: при воздействии на сильфон переменной силы и постоянного внутреннего давления и при воздействии переменного внутреннего давления при постоянном ходе сильфона.

Работы по исследованию циклической прочности сильфонов наиболее интенсивно стали проводить в последние годы в связи с возросшими требованиями к сроку службы.

Циклическую прочность сильфонов из стали X18H10T нескольких типоразмеров исследовал К. Н. Бурцев [17]. В этой работе приведены зависимости числа циклов до разрушения от величины воздействующей силы. При этом рассмотрена только одна схема работы: сильфоны нагружались переменной сжимающей силой и постоянным внутренним давлением.

В работе А. Н. Дьяченко [26] исследована теснота корреляционных связей между числом циклов до разрушения и напряжениями в наиболее характерных точках сильфонов, рассчитанными по разработанному автором методу. За эффективное принято напряжение, для которого коэффициент корреляции наибольший. Получена сравнительно простая зависимость между эффективным напряжением и циклической прочностью сильфона для схемы, когда сильфоны нагружаются переменной силой и постоянным внутренним давлением.

В работах [24, 25] рассмотрена циклическая прочность волнистых компенсаторов и гибких шлангов из стали X18H10T в упруго-пластической области и изложены разработанные авторами методы расчета малоциклового усталости.

Исследованию циклической прочности сильфонов в упругой и упруго-пластической области посвящена работа М. Хамады и Ш. Та-

<sup>1</sup> Каталоги сильфонов фирмы «Rudolph», Paris 1962; фирмы «Robertshaw-Fulton Controls Company», USA, 1961.

кедзоно [66], в которой рассматривается циклическая прочность сильфонов под действием осевой пульсирующей силы. Предложена зависимость числа циклов до разрушения от величины напряжений.

В данной главе изложены приближенные методы расчета прочности однослойных сильфонов, работающих при различных схемах нагружения и при разнообразных сочетаниях осевого хода и давления. Рассмотрены также методы расчета резонансных частот и амплитуд вынужденных колебаний сильфонов.

## 18. ЦИКЛИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ СИЛЬФОНОВ ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩИХ НАГРУЗКАХ

Наиболее рациональный путь создания достаточно универсального расчета циклической прочности сильфонов — это определение статистической связи между циклической прочностью и напряжениями в опасных точках сильфонов. При этом метод расчета напряжений в сильфонах любых типоразмеров должен обладать достаточной точностью и общностью в отношении условий их нагружения. В данной работе для расчета напряжений был принят численный метод, изложенный в гл. I.

Группы сильфонов каждого выбранного типоразмера были испытаны на трех-пяти уровнях напряжений как при сжатии пульсирующей силой (при отсутствии давления), так и при нагружении пульсирующим давлением (при отсутствии хода). На основе метода статистической обработки малого числа величин [38, 57] получены уравнения регрессии вида

$$\lg \bar{N} = a - m \lg \sigma_{\text{экр}}^0 \quad (53)$$

для каждого из испытанных типоразмеров сильфонов ( $\bar{N}$  — среднее значение циклической прочности испытанной группы сильфонов;  $\sigma_{\text{экр}}^0$  — расчетное значение эквивалентного напряжения в опасной точке сильфона, вычисленное по энергетической теории прочности;  $a$  и  $m$  — экспериментально найденные коэффициенты). Полученные линии регрессии для каждого из испытанных типоразмеров сильфонов из сплавов 36НХ1Ю, Бр. Б2 и Л-80 приведены на рис. 68—70. Индивидуальные линии лежат достаточно тесно. Это свидетельствует о возможности применения изложенного в гл. I метода расчета напряжений для получения единой связи циклической прочности с напряжениями для всех типоразмеров сильфонов, изготовленных из одинакового материала<sup>1, 2</sup>.

Для получения общих (генеральных) уравнений регрессии были объединены все имеющиеся результаты испытаний различных типоразмеров сильфонов для каждого материала (рис. 71—74).

<sup>1</sup> Зверьков Г. Е., Мартыненко Ю. Ф., Штейнбок Л. А. Исследование циклической прочности сильфонов при пульсирующих нагрузках. «Приборы и системы управления», № 10, 1972, с. 50—51.

<sup>2</sup> Зверьков Г. Е., Мартыненко Ю. Ф., Штейнбок Л. А. Циклическая прочность и расчет надежности сильфонов при пульсирующих нагрузках. «Приборы и системы управления», № 1, 1973, с. 52—53.

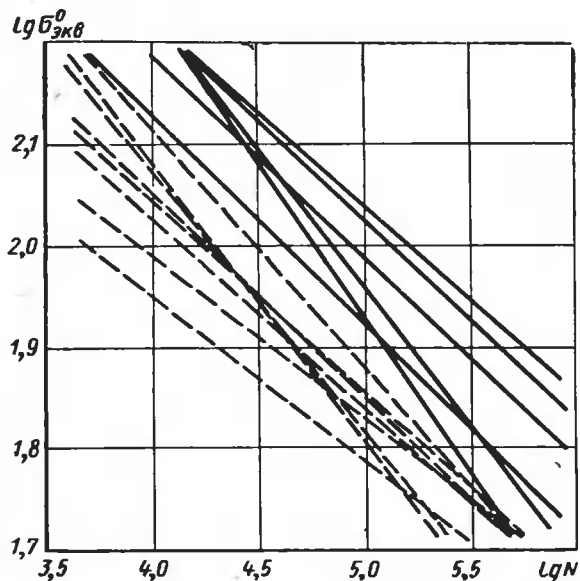


Рис. 68. Индивидуальные линии регрессии для  
сильфонов по ГОСТ 11915—72 из сплава 36НХТЮ  
—— нагрузка — сосредоточенная сила, — — — — —  
нагрузка — давление)

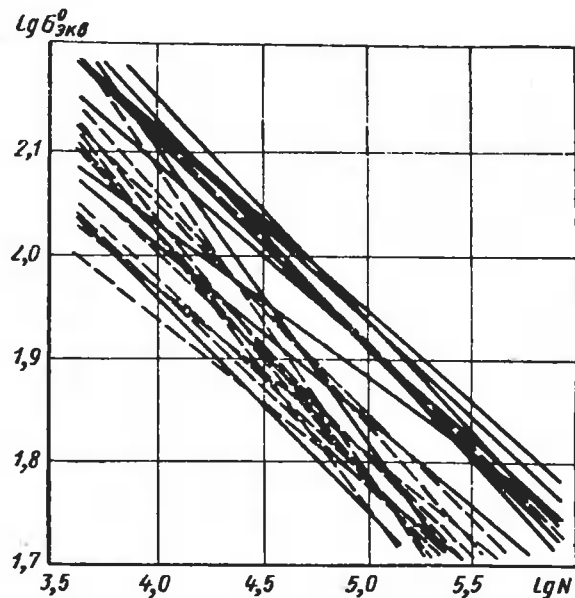


Рис. 69. Индивидуальные линии регрессии для  
сильфонов по ГОСТ 11915—72 из сплава Бр. Б2  
(—— нагрузка — сосредоточенная сила, — — — — —  
нагрузка — давление)

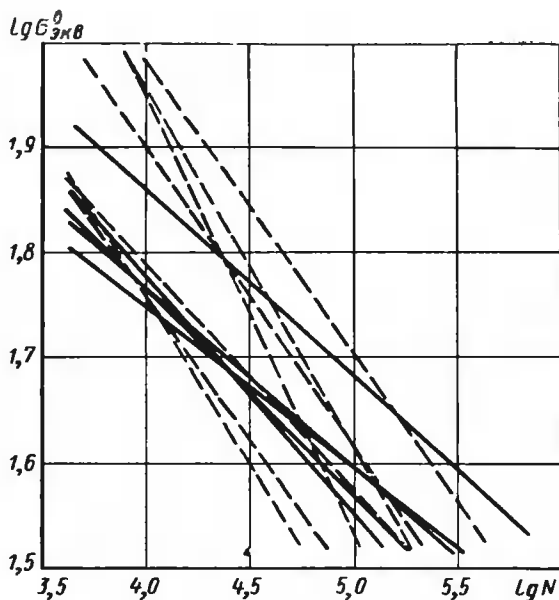


Рис. 70. Индивидуальные линии регрессии для сильфонов по ГОСТ 17211—71 из сплава Л-80  
(—— нагрузка — сосредоточенная сила, — — — — нагрузка — давление)

## 19. ЦИКЛИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ СИЛЬФОНОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ РАБОТЫ

В зависимости от схемы работы и соотношения давления и осевой силы (или давления и хода) циклы изменения напряжений в опасной точке могут быть различными. Цикл изменения напряжений

характеризуют коэффициентом асимметрии  $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ , где  $\sigma_{\min}$  и

$\sigma_{\max}$  — минимальное и максимальное напряжения цикла.

В связи со значительным влиянием на циклическую прочность коэффициента асимметрии цикла практически невозможно получить единое уравнение регрессии вида (53) даже для одной схемы работы сильфона. Поэтому целесообразно установить связь между параметрами равнопрочных циклов напряжений при различных коэффициентах асимметрии. Наличие такой связи позволит, имея одно уравнение регрессии вида (53) для циклов напряжений с каким-либо коэффициентом асимметрии, определять расчетным путем циклическую прочность для циклов с любым другим коэффициентом асимметрии.

Обычно, чтобы получить достаточно полное представление об усталостной прочности металла, определяют его пределы выносливости

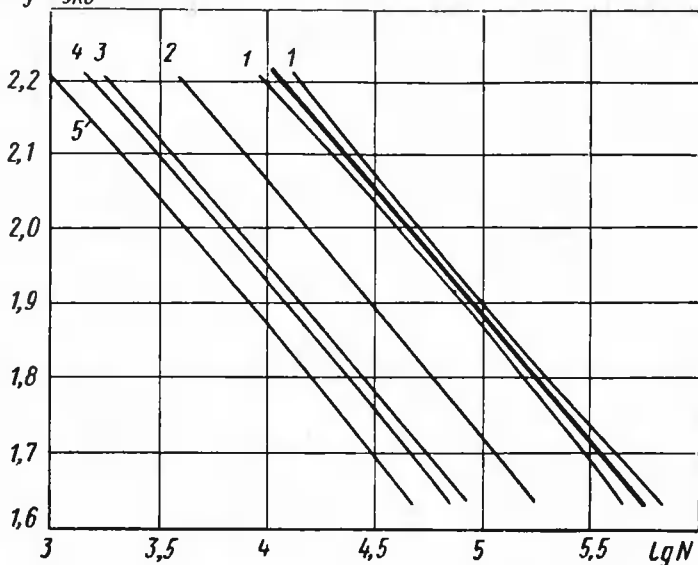
$\lg \sigma_{\text{экв}}^b$ 

Рис. 71. Общая линия регрессии для сильфонов из сплава 36НХТЮ  
 1 — доверительные границы среднего значения циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,9$ ; 2, 3, 4 и 5 — линии минимальных значений циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,90, 0,99$  и  $0,995$  и  $0,999$  соответственно

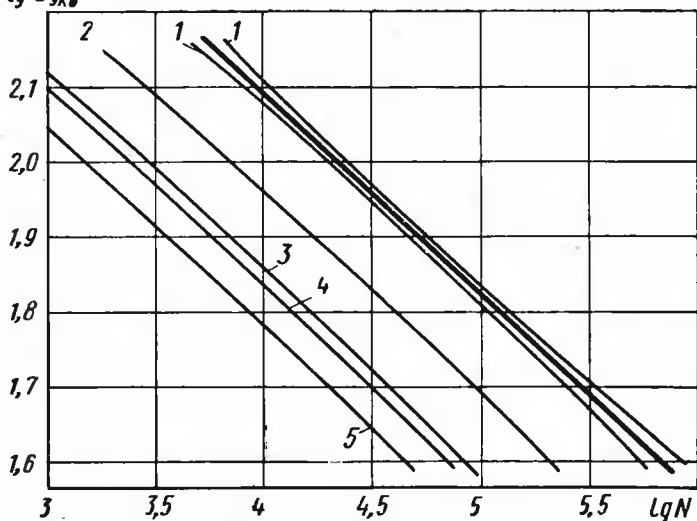
 $\lg \sigma_{\text{экв}}^b$ 

Рис. 72. Общая линия регрессии для сильфонов из сплава Бр. Б2.  
 1 — доверительные границы среднего значения циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,90$ ; 2, 3, 4 и 5 — линии минимальных значений циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,90, 0,99$  и  $0,995$  и  $0,999$  соответственно

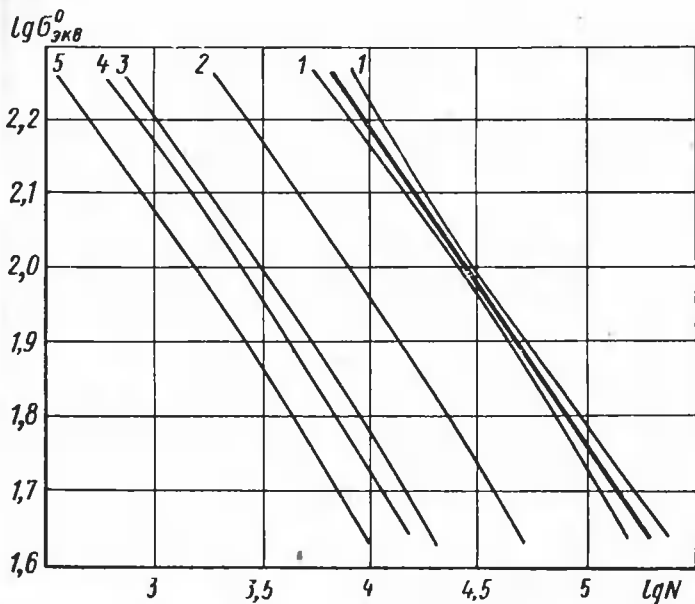


Рис. 73. Общая линия регрессии для сильфонов из стали X18H10T: доверительные границы среднего значения циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,9$ ; 2, 3, 4 и 5 — линии минимальных значений циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,90, 0,99$  и  $0,995$  и  $0,999$  соответственно

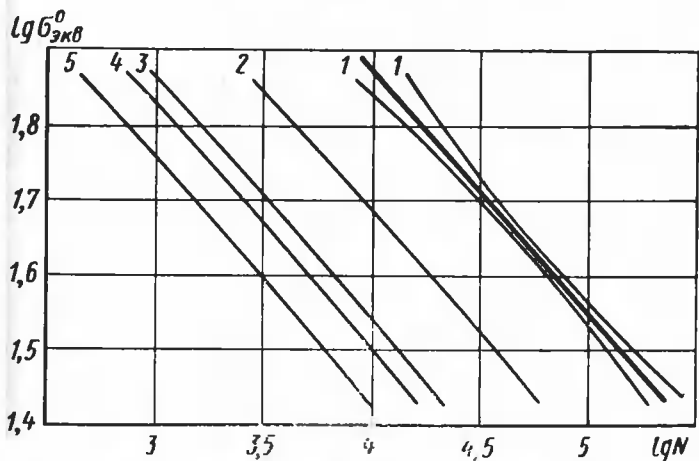


Рис. 74. Общая линия регрессии для сильфонов из полутомпака Л-80: 1 — доверительные границы среднего значения циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,9$ ; 2, 3, 4 и 5 — линии минимальных значений циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,90, 0,99$  и  $0,995$  и  $0,999$  соответственно

для циклов напряжений с различными коэффициентами асимметрии. Результаты испытаний представляют в виде диаграмм предельных циклов [19, 41, 54, 56]. Диаграмма предельных циклов в координатах  $\sigma_a - \sigma_m$  (амплитуда — среднее напряжение цикла) приведена на рис. 75. Каждый луч, проведенный из начала координат, соответ-

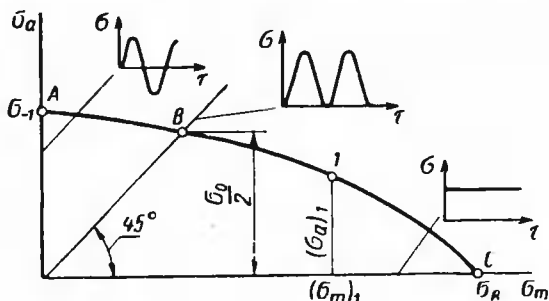


Рис. 75. Диаграмма предельных циклов

ствует циклам с одинаковым коэффициентом асимметрии. Точка пересечения луча с кривой AC соответствует предельному циклу, наибольшее напряжение которого  $\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m$  равно пределу выносливости. Так, например, при  $\sigma_m = (\sigma_m)_1$  образец данного материала выдержит базовое число циклов без разрушения, если амплитуда цикла не превышает значения  $(\sigma_a)_1$ . С увеличением среднего напряжения цикла предельные амплитуды уменьшаются, а пределы выносливости увеличиваются — циклы становятся менее опасными. Наиболее опасный цикл — симметричный.

Обычно кривые предельных циклов строят для базового числа циклов, соответствующего пределу выносливости материала. Но подобные кривые можно построить и для других (меньших) базовых чисел (рис. 76). Имея серию таких кривых, соответствующих базам

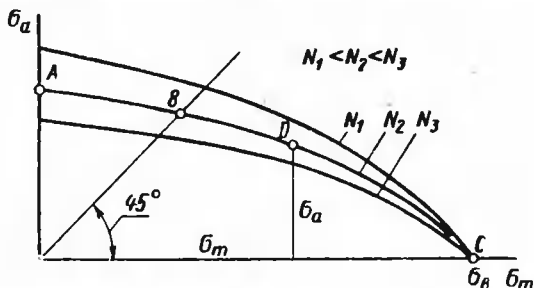


Рис. 76. Диаграмма предельных циклов для различных уровней циклической прочности

от  $10^4$  до  $10^7$  циклов (с достаточно частой градацией), можно было бы по заданным значениям  $\sigma_a$  и  $\sigma_m$  оценивать циклическую прочность при различных коэффициентах асимметрии. Однако построение подобной серии кривых предельных циклов требует проведения чрезвычайно большого количества испытаний сильфонов. В связи с этим возникает вопрос о возможности определения циклической прочности сильфонов, работающих при различных коэффициентах асимметрии, по результатам исследований циклической прочности при каком-нибудь одном, например, пульсационном цикле. Для этого необходима методика определения параметров пульсационного цикла ( $r=0$ ), равнопрочного заданному ( $r \neq 0$ ). Заданный цикл (точка  $D$  на рис. 76) и пульсационный (точка  $B$ ) цикл равнопрочны, если соответствующие им точки лежат на одной и той же кривой предельных циклов. Чтобы получить искомую связь между параметрами циклов с различными коэффициентами асимметрии, воспользуемся предложенной Гербером аппроксимацией диаграммы предельных циклов в виде параболы, проходящей через характерные точки  $A$  и  $C$  [54, 56]. При этом считаем, что ось параболы совпадает с осью ординат.

Используя схематизированную по Герберу диаграмму предельных циклов, можно получить следующую формулу приведения циклов с различными коэффициентами асимметрии к параметрам равнопрочного пульсационного цикла [28]:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_a} (1 - m^2) \left( -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2a}{1 - m^2} \right)^2} \right), \quad (54)$$

где  $m = \frac{\sigma_m}{\sigma_B}$ ;  $a = \frac{\sigma_a}{\sigma_B}$ ;  $\sigma_B$  — предел прочности материала сильфона;  $\sigma_0$  — максимальное эквивалентное напряжение пульсационного цикла.

Данную формулу можно применять только для тех циклов, у которых  $\sigma_a + \sigma_m$  не превышает предела текучести  $\sigma_T$  (точнее — предела пропорциональности  $\sigma_{пд}$ ) материала сильфона, поскольку примененный метод расчета напряжений пригоден лишь в пределах применимости закона Гука.

Расчет циклической прочности сильфонов осложняется тем, что при нагружении в материале сильфона возникает двухосное напряженное состояние. Вопрос о расчете на прочность при переменных напряжениях в случае сложного напряженного состояния еще нельзя считать полностью решенным. Существующие в настоящее время гипотезы прочности при переменных напряжениях в основном являются обобщением теорий предельных напряженных состояний при напряжениях, постоянных во времени [41]. Распространение теорий предельных напряженных состояний для напряжений, циклически изменяющихся во времени, в общем случае трехосного напряженного состояния дано в работе Серенсена С. В. [47]. Им на основе теории энергии формоизменения предложено для случая двухосного напряженного состояния и симметричного цикла изменения напряжений использовать следующее соотношение:

$$\sigma_{-1} \sqrt{\sigma_{1L}^2 + \sigma_{2L}^2 - \sigma_{1L} \sigma_{2L}},$$

где  $\sigma_{1L}$  и  $\sigma_{2L}$  — предельные значения главных напряжений, соответствующие заданной базе циклической прочности. В случае асимметричных циклов С. В. Серенсен предложил использовать указанное соотношение, заменяя асимметричные циклы главных напряжений эквивалентными им симметричными циклами из условия равенства коэффициентов запаса.

Испытания сильфонов наиболее просто осуществляются при пульсационных циклах. Для этого случая получены линии регрессии (п. 18). Используя методику С. В. Серенсена, приводим асимметричные циклы не к симметричным, а к равнопрочным пульсационным. Тогда, определив из условия нагружения сильфона параметры циклов изменения главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , приводим каждый из них к равнопрочному пульсационному, используя соотношение (54)

$$\sigma_i^0 = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_{al}} (1 - m_i^2) \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2a_i}{1 - m_i^2} \right)^2} \right], \quad (55)$$

где

$$m_i = \frac{\sigma_{ml}}{\sigma_B}; \quad a_i = \frac{\sigma_{al}}{\sigma_B};$$

$i=1; 2$  — индексы главных напряжений.

Результирующее эквивалентное напряжение одноосного пульсационного цикла, равнопрочного заданному в этом случае определяет по формуле (18):

$$\sigma_{\text{экр}}^0 = \sqrt{(\sigma_1^0)^2 + (\sigma_2^0)^2 - \sigma_1^0 \sigma_2^0}.$$

При этом, если  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  изменяются синфазно (рис. 77,а), то  $\sigma_1^0$  и  $\sigma_2^0$  — одинаковы по знаку. Если же  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  находятся в противофазе (рис. 77,б), то одному из напряжений  $\sigma_1^0$  или  $\sigma_2^0$  следует присвоить знак минус. Далее по величине результирующего эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экр}}^0$  и приведенным ранее уравнениям регрессии пульсационных циклов находится искомая циклическая прочность сильфонов.

Рассмотрим методику определения параметров циклов напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , возникающих в сильфоне при различных сочетаниях

давления и осевой силы (или заданного хода). Параметры циклов напряжений следует определять только для наиболее напряженных точек сильфона. Такими точками чаще всего являются точки *A, B, C* или *D* экстремальных сечений сильфона (см. рис. 35). У некоторых сильфонов опасные точки могут быть несколько смещены к месту сопряжения плоского участка с торондальными закруглениями (см. гл. II, п. 6)

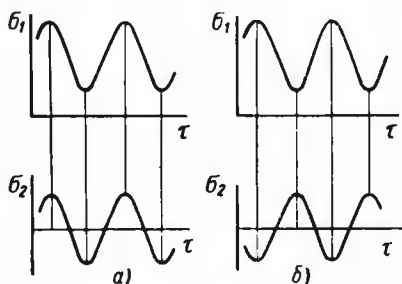


Рис. 77. Синфазные и асинфазные циклы главных напряжений

Однако у стандартизованных типоразмеров сильфонов доминирующие составляющие напряженного состояния — т. е. меридиональные изгибные напряжения  $\sigma_{1н}$  в опасных точках и в точках  $A, B, C$  и  $D$  (если они не совпадают) отличаются незначительно. В связи с этим в дальнейшем для оценки циклической прочности стандартизованных типоразмеров сильфонов используем только величины напряжений в точках  $A, B, C$  и  $D$ .

Для каждого конкретного условия нагружения параметры циклов напряжений определим для той из указанных точек сильфона, в которой меридиональные изгибные напряжения, возникающие от действия давления в сосредоточенной силы (хода), положительны. В этих точках цикл напряжений практически всегда получается более опасным. Параметры циклов главных напряжений удобно определять с использованием единичных напряжений в указанных точках, значения которых (по абсолютной величине) для некоторых типоразмеров сильфонов рассчитаны на ЭВМ по методике, изложенной в п. 3 и приведены в приложении. Под единичными понимаются такие напряжения, которые возникают в рассматриваемой точке сильфона при воздействии сосредоточенной силы, вызывающей ход, равный 1 мм (при этом давление равно нулю), или давления, равного 1 кгс/см<sup>2</sup> (при этом ход равен нулю). Для этих двух случаев нагружения в приложении приводятся величины  $\sigma'_{10}$  и  $\sigma'_{20}$  — мембранные меридиональные и окружные напряжения;  $\sigma'_{1н}$  — изгибное меридиональное напряжение. Окружное изгибное напряжение  $\sigma'_{2н}$  в экстремальных сечениях связано с меридиональным зависимостью (24).

Знаки всех составляющих напряжения в точках  $A, B, C$  и  $D$  приведены в табл. 1. Изменение направления нагрузки ведет к изменению знаков всех составляющих напряжений.

**Пример 12.** Определить параметры циклов и результирующие эквивалентные напряжения, возникающие в сильфоне  $38 \times 10 \times 0,25$  ГОСТ 11915—72 (материал — 36НХТЮ).

Сильфон растянут силой на постоянную величину  $w=1,3$  мм (0,13 мм на гофр) и, кроме этого, нагружен переменным внутренним давлением, изменяющимся от 0 до 34 кгс/см<sup>2</sup>.

#### Решение

В этой схеме нагружения меридиональные изгибные напряжения как при воздействии силы, так и при воздействии давления будут положительными в точке  $D$  (табл. 1).

Выписав из приложения единичные напряжения для этой точки (табл. 26), найдем полные напряжения по формулам

$$\sigma = \sigma' p \text{ (если } p \neq 0, w=0);$$

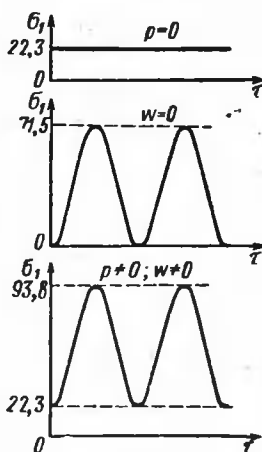
$$\sigma = \sigma' w \text{ (если } p=0, w \neq 0).$$

Далее с учетом знаков (в соответствии с табл. 1) определим мембранные  $\sigma_0$  и изгибные  $\sigma_{1н}$  напряжения в меридиональном «1» и в окружном «2» направлениях (табл. 27) и суммарные главные напряжения в меридиональном  $\sigma_1 = \sigma_{1н} + \sigma_{10}$  и окружном  $\sigma_2 = \sigma_{2н} + \sigma_{20}$  направлениях отдельно для каждого вида нагрузки (табл. 27).

При изменении нагрузки от  $p=0$ ;  $w=1,3$  мм до  $p=34,0$  кгс/см<sup>2</sup>;  $w=1,3$  мм напряжения изменяются от  $\sigma_{1\min}=22,3$  кгс/см<sup>2</sup> и  $\sigma_{2\min}=2,8$  кгс/см<sup>2</sup> до  $\sigma_{1\max}=71,5+22,3=93,8$  кгс/мм<sup>2</sup> и  $\sigma_{2\max}=18,5+2,8=21,3$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma'$ в кгс/мм <sup>2</sup> при условии	
	$p=1$ кгс/см <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=1$ мм
$\sigma'_{10}$	0,114	2,50
$\sigma'_{20}$	0,054	29,20
$\sigma'_{1н}$	1,990	169,00
$\sigma'_{2н}$	0,600	50,70

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma$ в кгс/мм <sup>2</sup> при условии	
	$p=34$ кгс/см <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=0,13$ мм
$\sigma_{10}$	+3,9	+0,3
$\sigma_{20}$	-1,2	-3,8
$\sigma_{1н}$	+67,7	+2,0
$\sigma_{2н}$	+20,3	+6,6
$\sigma_1$	+71,5	+22,3
$\sigma_2$	+18,5	+2,8

Рис. 78. Цикл изменения  $\sigma_1$ 

Характер изменения  $\sigma_1$  по времени  $t$  показан на рис. 78 (цикл изменения  $\sigma_2$  подобен).

Определим средние  $\sigma_m$  и амплитудные  $\sigma_a$  напряжения циклов

$$\sigma_{1m} = \frac{\sigma_{1\max} + \sigma_{1\min}}{2} = 58,1 \text{ кгс/мм}^2;$$

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{1\max} - \sigma_{1\min}}{2} = 35,8 \text{ кгс/мм}^2;$$

$$\sigma_{2m} = 12,0 \text{ кгс/мм}^2; \quad \sigma_{2a} = 9,2 \text{ кгс/мм}^2.$$

Напряжения равнопрочных пульсационных циклов определим по формуле (55), где  $\sigma_b = 140 \text{ кгс/мм}^2$  (см. приложение):

$$\sigma_1^0 = 75,3 \text{ кгс/мм}^2; \quad \sigma_2^0 = 18,5 \text{ кгс/мм}^2.$$

Результирующее эквивалентное напряжение пульсационного цикла согласно формуле (18)  $\sigma_{\text{экв}}^0 = 68,0 \text{ кгс/мм}^2$ .

**Пример 13.** Сильфон, рассмотренный в предыдущем примере, предварительно поджат сосредоточенной силой на 1,3 мм (0,13 мм на гофр) и находится под воздействием переменного давления изменяющегося от 0 до 20 кгс/см<sup>2</sup> и вызывающего ход сильфона от предварительного поджатия  $w = -0,13$  мм до растяжения на 1,3 мм. Определим циклы изменения напряжений в точках В и D. Выписав для этих точек из приложения единичные напряжения (табл. 28), находим полные напряжения в рассматриваемых точках (с учетом знаков, см. табл. 1), а также суммарные значения главных напряжений (табл. 29).

К решению примера 13

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma'$ в кгс/мм <sup>2</sup> для точек			
	В		D	
	$p=1$ кгс/мм <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=1$ мм	$p=1$ кгс/мм <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=1$ мм
$\sigma_{10}$	0,130	3,35	0,114	2,50
$\sigma_{20}$	0,136	40,60	0,954	29,20
$\sigma_{1н}$	2,240	210,0	1,99	169,0
$\sigma_{2н}$	0,671	62,90	0,597	50,70

Таблица 29

К решению примера 13

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma$ в кгс/мм <sup>2</sup> для точек					
	В			D		
	$p=20$ кгс/см <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=-0,13$ мм	$p=0$ $w=+0,13$ мм	$p=20$ кгс/мм <sup>2</sup> $w=0$	$p=0$ $w=-0,13$ мм	$p=0$ $w=+0,13$ мм
$\sigma_{10}$	-2,6	-0,4	+0,4	+2,3	-0,3	+0,3
$\sigma_{20}$	-2,7	-5,3	+5,3	-1,1	+3,8	-3,8
$\sigma_{1н}$	+44,8	+27,3	-27,3	+39,8	-22,0	+22,0
$\sigma_{2н}$	+13,4	+8,2	-8,2	+11,9	-6,6	+6,6
$\sigma_1$	+42,2	+26,9	-26,9	+42,1	-22,3	+22,3
$\sigma_2$	+10,7	+2,9	-2,9	+10,9	-2,8	+2,8

При изменении нагрузки от  $p=0$ ;  $w=-1,3$  мм до  $p=20$  кгс/см<sup>2</sup>;  $w=+1,3$  мм напряжения изменяются следующим образом:

- а) В точке В: от  $\sigma_1=+26,9$  кгс/мм<sup>2</sup> до  $\sigma_2=+2,9$  кгс/мм<sup>2</sup>,  
 $\sigma_1=+15,3$  кгс/мм<sup>2</sup> до  $\sigma_2=+7,8$  кгс/мм<sup>2</sup>.

Следовательно,  $\sigma_{1\min}=15,3$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{1\max}=26,9$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{2\min}=2,9$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{2\max}=7,8$  кгс/мм<sup>2</sup>, причем напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  находятся в противофазе.

- б) В точке D: от  $\sigma_1=-22,3$  кгс/мм<sup>2</sup> до  $\sigma_2=-2,8$  кгс/мм<sup>2</sup>;  
от  $\sigma_1=+64,4$  кгс/мм<sup>2</sup> до  $\sigma_2=+13,7$  кгс/мм<sup>2</sup>;  
напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  изменяются синфазно.

Далее определяем средние и амплитудные напряжения циклов и эквивалентные напряжения пульсационных циклов. Результаты расчета приведены в табл. 30.

**Пример 14.** Определить ожидаемую циклическую прочность сиффона 48×6×0,20 из сплава 36НХТЮ, нагружаемого пульснрующим внутренним давлением от  $p=0$  до  $p=11,5$  кгс/см<sup>2</sup>.

Таблица 30

К решению примера 13

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma$ в кгс/мм <sup>2</sup> для точек	
	<i>B</i>	<i>D</i>
$\sigma_{1m}$	21,1	21,0
$\sigma_{1a}$	5,8	43,3
$\sigma_{2m}$	5,3	5,4
$\sigma_{2a}$	2,4	8,2
$\sigma_1$	11,6	83,8
$\sigma_2$	4,9	16,4
$\sigma_{\text{эKB}}$	10,1	76,9

Таблица 31

К решению примера 14

Обозначение напряжений	Напряжения $\sigma'$ и $\sigma$ в кгс/мм <sup>2</sup> для точек	
	<i>B</i>	<i>D</i>
$\sigma'_0$	0,235	0,202
$\sigma'_{20}$	1,100	0,966
$\sigma'_{1H}$	7,310	6,180
$\sigma'_{2H}$	2,190	1,850
$\sigma_{10}$	-2,7	+2,3
$\sigma_{20}$	-12,6	+11,1
$\sigma_{1H}$	+84,1	+71,1
$\sigma_{2H}$	+25,2	+21,3
$\sigma_1$	+81,4	+73,4
$\sigma_2$	+12,6	+10,2

**Решение**

При данной схеме нагружения меридиональные изгибные напряжения максимальны и положительны в точках *B* и *D*. Из приложения выписываем единичные напряжения в этих точках (табл. 31) и находим составляющие напряжений (с учетом их знаков). Далее определяем главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

Так как цикл изменения главных напряжений пульсационный, то  $\sigma_1^0 = \sigma_1$  и  $\sigma_2^0 = \sigma_2$  и, следовательно, результирующее эквивалентное

напряжение в точке *B* равно  $\sigma_{\text{эKB}}^0 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$  или  $\sigma_{\text{эKB}}^0 = 76$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\lg \sigma_{\text{эKB}}^0 = 1,8808$ .

По общей линии регрессии сильфонов из сплава 36НХТЮ (см. рис. 71) определяем среднее значение ожидаемой циклической прочности:

$$\lg \bar{N} = 5,00; \quad \bar{N} = 100000 \text{ циклов.}$$

Кроме того, используя линию нижней доверительной границы индивидуальных значений циклической прочности для доверительной вероятности  $P=0,999$ , находим ожидаемое число циклов при первом отказе:  $N(0,999)=10\,000$  циклов. Экспериментальные значения циклической прочности оказались равными  $N=77\,000$  циклов,  $N_{\min}=14\,700$  циклов.

**Пример 15.** Определить ожидаемую циклическую прочность сильфона  $38 \times 10 \times 0,25$  из сплава 36НХТЮ. Условия нагружения такие же как и в примере 12.

**Решение.**

Результирующее эквивалентное напряжение было найдено выше (см. пример 12):  $\sigma_{\text{эKB}}^0 = 68,0$  кгс/мм<sup>2</sup>;  $\lg \sigma_{\text{эKB}}^0 = 1,8326$ .

По общей линии регрессии (см. рис. 71) находим  $\lg \bar{N} = 5,1459$ ,  $\bar{N} = 140000$  циклов,  $N(0,999) = 12400$  циклов.

Экспериментальные значения циклической прочности оказались равными:  $\bar{N} = 104000$  циклов,  $N_{\min} = 21000$  циклов.

## 20. КОЛЕБАНИЯ СИЛЬФОНОВ

Если в конструкции один из концов сильфона перемещается вместе с присоединенными к нему звеньями, последние оказывают большое (часто определяющее) влияние на динамические свойства системы. Это влияние (без учета демпфирующих свойств звеньев) может быть учтено добавлением эквивалентных сосредоточенной массы и жесткости, приведенными к подвижному концу сильфона (рис. 79, а).

Считаем, что рассматриваемая расчетная схема имеет одну степень свободы в направлении оси сильфона. Рассмотрим случай, когда основание сильфона совершает движение по гармоническому закону  $y = y_a \cos \theta t$  ( $y_a$  и  $\theta$  — амплитуда и круговая частота колебаний основания,  $t$  — время).

Примем сначала, что жесткость и масса пружины значительно меньше жесткости и массы сильфона, а масса сильфона  $m_c$  мала по сравнению с приведенной массой  $M$ .

Уравнение движения присоединенной массы имеет вид [30]

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \omega_0^2 w = y_a \theta^2 \cos \theta t, \quad (56)$$

где  $w$  — перемещение приведенной массы относительно основания сильфона;  $K_Q$  — жесткость сильфона по силе;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_Q}{M}}$  — собственная круговая частота колебаний сильфона.

Для установившихся колебаний решением уравнения (56) будет:

$$w = w_a \cos \theta t,$$

где

$$w_a = \frac{\theta^2}{\omega_0^2 - \theta^2} y_a, \quad (57)$$

здесь  $w_a$  — амплитуда вынужденных колебаний приведенной массы.

Рассмотрим случай, когда масса сильфона  $m_c$  соизмерима с при-

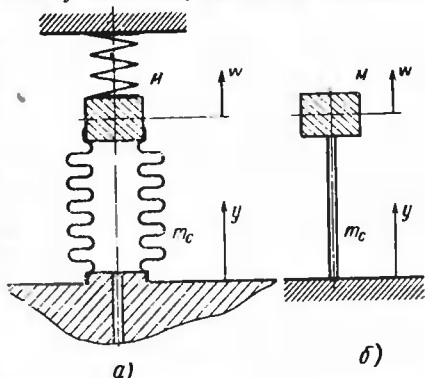


Рис. 79. Кинематическое возмущение системы, состоящей из последовательно соединенных сильфона, массы  $M$  и пружины

веденной массой  $M$ . Для этого заменим сильфон эквивалентным стержнем (рис. 79, б).

Решение уравнения движения в этом случае приводит к следующему уравнению амплитудно-частотной характеристики [30]

$$\frac{\omega_a}{y_a} = \frac{1 - \cos \beta + \frac{\beta}{\alpha} \sin \beta}{\cos \beta - \frac{\beta}{\alpha} \sin \beta}, \quad (58)$$

где

$$\beta = \frac{\theta}{\omega_0} \sqrt{\alpha}; \quad \alpha = \frac{m_c}{M}.$$

Резонанс имеет место при

$$\cos \beta = \frac{\beta}{\alpha} \sin \beta. \quad (59)$$

Решение уравнения (59) даст значения

$$\beta = (i - 1) \pi + \varepsilon_i; \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (60)$$

где  $0 < \varepsilon_i < \frac{\pi}{2}$ .

Значения первого корня  $\beta_1$  определяются по номограмме (рис. 80) или при  $\alpha > 0,3$ , по приближенной формуле

$$\omega_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_Q}{M \left(1 + \frac{\alpha}{3}\right)}}. \quad (61)$$

Остальные резонансные частоты определяются по уравнению

$$\omega_i = \frac{1}{2\pi} \omega_0 \beta_i \frac{1}{\sqrt{\alpha}}. \quad (62)$$

**Пример 16.** Определить основную частоту собственных колебаний сильфона, если вес приведенной массы равен 28,9 г. Вес сильфона равен 3,5 г, а жесткость — 0,10 кгс/мм. Найти амплитуду собственных колебаний массы  $M$  при воздействии на рассматриваемую систему кинематических возмущений с параметрами  $y_a = 1,50$  мм и  $\theta = 50\pi$  рад/с.

**Решение**

Так как  $m_c \ll M$ , то согласно зависимости (61)

$$\omega_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_Q}{M}} = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{100 \cdot 9810}{28,9}} = 29,5 \text{ Гц.}$$

Амплитуду колебаний найдем по формуле (57)

$$\omega_a = \frac{\theta^2}{\omega_0^2 - \theta^2} y_a = \frac{50^2}{59^2 - 50^2} \cdot 1,5 = 3,8 \text{ мм,}$$

где

$$\omega_0 = 2\pi \omega_1.$$

Рис. 80. Номограмма для нахождения первого корня уравнения  $\alpha = \beta \operatorname{tg} \beta$



Опыт дает соответственно  $\omega_1 = 30 \div 31$  Гц,  $\omega_a = 3,4$  мм.

**Пример 17.** Определить первые две частоты собственных колебаний сиффона, один конец которого закреплен, а на другом находится приведенная масса  $M$  76,25 г. Вес сиффона равен 32,37 г, а жесткость  $K_Q = 0,235$  кгс/мм.

Так как масса сиффона  $m_c$  соизмерима с приведенной массой, то собственные частоты определим по формуле (62). По номограмме, представленной на рис. 80, находим значение первого корня  $\beta_1 = 0,61$ .

Тогда

Если  $\frac{1}{\alpha} < 0,1$ , то  $\beta \approx 1,57 (1 - \frac{1}{\alpha})$

Если  $\frac{1}{\alpha} > 100$ , то  $\beta \approx \sqrt{\alpha}$

$$\omega_1 = \frac{1}{2\pi} \beta_1 \sqrt{\frac{K_Q}{m_c}} = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{235 \cdot 9810}{32,87}} \cdot 0,61 = 25,8 \text{ Гц.}$$

Из выражения (60) следует, что  $\beta_2 = \pi + \epsilon_2$ . Если подставить это значение вместе со значением  $\alpha = \frac{m_c}{M} = 0,426$  в уравнение (59), то

$$\pi + \epsilon_2 - [0,426 \cdot \operatorname{ctg} \epsilon_2] = 0.$$

Подбором найдем значение  $\epsilon_2 = 0,13$ .

Отсюда  $\beta_2 = \pi + \epsilon_2 = 3,14 + 0,13 = 3,27$ .

$$\text{Тогда } \omega_2 = \frac{1}{2\pi} \beta_2 \sqrt{\frac{K_Q}{m_c}} = 139 \text{ Гц.}$$

Опыт дает  $\omega_1 = 26 \div 27$  Гц и  $\omega_2 = 150$  Гц.

Если жесткость и масса пружины соизмеримы с жесткостью и массой сиффона (рис. 79), массу эквивалентного стержня следует считать равной  $m_c + m_{пр}$ , а жесткость  $K_Q + K_{пр}$  (здесь  $m_{пр}$  и  $K_{пр}$  — масса и жесткость пружины). Высшие собственные частоты  $\omega_i$  ( $i = 2, 3, \dots$ ) вычисляются для сиффона и для пружины по отдельности.

**Пример 18.** Определить первую и третью частоты собственных колебаний сильфона (см. рис. 79, а).

Вес сильфона равен 18,04 г, жесткость  $K_Q = 1,12$  кгс/мм. Вес пружины равен 15,4 г., жесткость  $K_{пр} \approx 0,375$  кгс/мм. Вес приведенной массы  $M$  равен 85 г.

Основную резонансную частоту находим по формуле

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K_Q + K_{пр}}{M + \frac{m_c + m_{пр}}{3}}} = \frac{1}{6,28} \times \\ \times \sqrt{\frac{(1,12 + 0,375) \cdot 9810}{85 + \frac{18,04 + 15,4}{3}}} \approx 63 \text{ Гц.}$$

По формуле (60) имеем  $\beta_3 = 2\pi + \varepsilon_3$ . Подбором из уравнения (59) определяем  $\varepsilon_3 = 0,04$ ,

где  $\alpha = \frac{m_c + m_{пр}}{M} = \frac{18,04 + 15,4}{85} = 0,394$ .

Тогда  $\beta_3 = 6,32$ .

Отсюда

$$\omega_3 = \frac{1}{2\pi} \beta_3 \sqrt{\frac{K_Q}{m_c}} = \frac{1}{6,28} \cdot 6,32 \sqrt{\frac{1120 \cdot 9810}{18,4}} = 248 \text{ Гц.}$$

Опыт дает  $\omega_1 = 65$  Гц и  $\omega_3 = 250$  Гц.

## НАДЕЖНОСТЬ СИЛЬФОНОВ

## 21. ХАРАКТЕРИСТИКА ОТКАЗОВ СИЛЬФОНОВ

Проблема обеспечения надежности сильфонов в связи с широким их применением в изделиях разнообразного назначения становится все более актуальной. Она стала практически разрешимой после того, как были разработаны уточненные методы расчета напряженного состояния сильфонов различных конструкций в общем случае нагружения.

Выбор метода решения задач надежности связан с уточнением понятия отказа.

Отказом называется полная или частичная утрата изделием работоспособности и проявляется в разгерметизации сильфонов, т. е. в нарушении их механической прочности. Этот вид отказа характеризует так называемую прочностную надежность сильфонов. Частичный отказ ведет к неполной потере работоспособности сильфонов, что выражается в «ухудшении» рабочих параметров сильфонов за допустимые пределы. Частичный отказ характеризует параметрическую надежность.

Как показывает опыт применения сильфонов, в изделиях различного назначения в основном к сильфонам предъявляются требования по прочностной надежности. Требования к параметрической надежности сильфонов в настоящее время практически не формулируются.

Неравноценное внимание к этим видам надежности сильфонов, видимо, можно объяснить различной степенью ущерба, наносимого полным отказом, когда работоспособность изделия по вине сильфона теряется полностью, и частичным отказом, когда изделие остается работоспособным, но на более низком качественном уровне.

Правильное понимание физической сущности отказов имеет важное значение при оценке надежности. Отказы различной природы подчиняются определенным законам, знание которых позволяет планировать мероприятия по устранению и предупреждению отказов, принимать меры по повышению надежности.

У сильфонов, как и у многих изделий, можно выделить три типа отказов: приработочные, обусловленные засоренностью партии технологическим браком, например, негерметичными сильфонами или сильфонами со скрытыми дефектами; внезапные, возникающие вследствие перегрузки сильфонов (при отсутствии в изделии соответствующей защиты), и износные.

Путем проведения механической стабилизации сильфонов приработочные отказы можно значительно сократить и устранить вовсе.

Внезапные отказы носят случайный характер и предсказать их

бывает трудно. Этого типа отказы возникают в нормальных условиях эксплуатации и характеризуются малой интенсивностью.

Износные отказы обусловлены необратимыми процессами, которые происходят в материале в результате усталостных и релаксационных явлений, естественного старения и др. Отказы этого типа являются результатом закономерных естественных процессов, поэтому они труднее поддаются устранению. Но предвидеть время наступления износных отказов помогает изучение закономерностей развития этих процессов и определение ведущего рабочего параметра, по которому можно судить о работоспособности изделия.

Можно показать, что при всем многообразии рабочих параметров сильфонов лишь некоторые являются определяющими при оценке надежности<sup>1</sup> [14].

Многие технические параметры сильфонов определяются показателями физико-механических свойств материала (модуль упругости, упругий гистерезис, показатели сопротивления пластической деформации, усталостная прочность и др.). Свойства материала, в зависимости от его качества, режимов механической и термической обработки, в большей или меньшей степени подвержены влиянию времени, температуры и других факторов. Вследствие таких процессов, как ползучесть, релаксация напряжений, деформационное старение, в любом реальном материале, которому присущи структурные несовершенства, происходят определенные изменения физико-механических свойств. Эти процессы и являются источником нестабильности технических параметров сильфонов. Можно ожидать изменение во времени жесткости и гистерезиса сильфонов, максимального рабочего хода, «ухода» характеристик от первоначального положения и др.

Экспериментально установлено, что вследствие ползучести, релаксации напряжений, циклического воздействия нагрузки, происходит накопление пластической деформации, которая проявляется, например, в изменении первоначальной длины сильфонов. Однако изменения жесткости, гистерезиса, нелинейности, эффективной площади сильфонов оказываются несущественными, и, как правило, не превосходят погрешности измерительных средств.

Малозначительны и изменения технических параметров сильфонов при их хранении.

Эти выводы касаются сильфонов, изготовленных из сплавов 36НХТЮ, Бр.Б2, Х18Н104 и Л80.

Практически можно считать, что частичные отказы сильфонов обусловлены пластической деформацией, которая является главным параметром, определяющим параметрическую надежность сильфонов.

Полные отказы сильфонов связаны с потерей ими герметичности, которая является параметром, определяющим их прочностную надежность.

## 22. ПРОЧНОСТНАЯ НАДЕЖНОСТЬ СИЛЬФОНОВ

**Показатели надежности.** Сильфоны относятся к невосстанавливаемым элементам, т. е. к элементам разового действия, которые после отказа не ремонтируются.

<sup>1</sup> Беседа А. И. К вопросу надежности упругих чувствительных элементов. Тезисы докладов науч.-техн. конференции «Пути повышения надежности теплоэнергетических приборов», Смоленск, 1965, с. 28—30.

Выбор показателей надежности невосстанавливаемых элементов определяется, с одной стороны, законом распределения их наработки до отказа, которая для сильфонов представляет собой количество циклов нагружения до разрушения, с другой стороны, назначением, масштабом производства изделий, в которых используются сильфоны, а также возможностью определения и контроля показателей надежности с необходимой точностью и достоверностью.

В случае экспоненциального закона распределения, характеризующегося плотностью распределения  $f(t)$ ,

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (63)$$

в качестве показателя надежности невосстанавливаемых элементов как свойства безотказности (т. е. свойства сохранять работоспособность в течение некоторой наработки без вынужденных перерывов) принимается один из следующих показателей: вероятность безотказной работы  $P(t)$ , интенсивность отказов  $\lambda(t)$  или средняя наработка до отказа  $t_{\text{ср}}$ .

Вероятность безотказной работы  $P(t)$  отвечает условию

$$P(t) = \text{Вер} \{ \tau > t \}, \quad (64)$$

т. е. вероятности превышения случайного значения наработки  $\tau$  некоторого заданного ее значения  $t$  (или вероятности того, что в пределах заданной наработки  $t$  не возникнет отказ) и определяется как интеграл

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(\tau) d\tau. \quad (65)$$

В случае экспоненциального закона  $P(t)$  вычисляется по формуле

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (66)$$

или

$$P(t) = e^{-\frac{t}{t_{\text{ср}}}}. \quad (67)$$

Статистическая (точечная) оценка вероятности безотказной работы производится по формуле

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{d}{n}, \quad (68)$$

где  $d$  — количество возникших отказов на протяжении наработки  $t$ ;  $n$  — количество испытываемых элементов (объем испытаний).

Интенсивность отказов, математически точно определяемая соотношением

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad (69)$$

для экспоненциального закона есть величина постоянная и имеет статистическую оценку

$$\lambda(t) = \frac{d(\Delta t)}{\Delta t (n - d)}, \quad (70)$$

где  $d(\Delta t)$  — количество отказов в некотором малом промежутке  $\Delta t$ ;  
 $(n-d)$  — количество элементов, оставшихся работоспособными к концу наработки  $t$ .

Средняя наработка до отказа  $t_{\text{ср}}$ , определяемая как математическое ожидание наработки до отказа

$$t_{\text{ср}} = a = \int_0^t \tau f(\tau) d\tau \quad (71)$$

имеет статистическую оценку

$$\hat{t}_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i. \quad (72)$$

Точность и достоверность точечных оценок показателей надежности определяется с помощью доверительных интервалов, которые с определенной вероятностью охватывают истинное значение показателя. Ширина доверительного интервала существенно зависит от объема испытаний<sup>1</sup> [48].

Уравнения (66) и (67) позволяют достаточно просто определять любой показатель надежности, поэтому понятно стремление при оценке надежности изделий использовать экспоненциальный закон.

При нормальном законе распределения наработка до отказа имеет плотность вероятности

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (73)$$

где  $a$  и  $\sigma$  — параметры закона (математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины). Рекомендуется указывать в качестве показателей надежности вероятность безотказной работы  $P(t)$  и среднюю наработку до отказа  $t_{\text{ср}}$ .

Вероятность безотказной работы при нормальном законе распределения вычисляется с помощью интегральной функции нормированного распределения

$$F_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau, \quad (74)$$

значения которой приведены в таблицах [48, 59].

При этом

$$P(t) = 1 - F_0\left(\frac{t-a}{\sigma}\right). \quad (75)$$

Средняя наработка до отказа  $t_{\text{ср}}$  является математическим ожиданием случайных значений наработки, т. е.  $t_{\text{ср}} = a$ , а точечная оценка выполняется по зависимости (72).

<sup>1</sup> Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Ф. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965, 524 с.

При законах распределения, отличных от экспоненциального и нормального, в качестве показателя надежности рекомендуется принимать вероятность безотказной работы  $P(t)$  и  $P\left(\frac{t}{2}\right)$ .

Для оценки долговечности служат показатели: средний срок службы (средняя календарная продолжительность эксплуатации изделия до момента возникновения предельного состояния или до списания), средний ресурс (средняя наработка изделия до предельного состояния) и гамма-процентный ресурс (ресурс, который имеет  $\gamma$  процентов изделий).

Средний ресурс и средний срок службы определяются по формулам (71) и (72), а гамма-процентный ресурс  $P(t_\gamma)$  — из выражения

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}, \quad (76)$$

где  $\gamma$  — регламентированный процент изделий, имеющих ресурс не менее  $t_\gamma$ .

**Законы распределения наработки шильфонов до отказа.** Значения наработки шильфонов до отказа в режиме переменного нагружения (значения циклической прочности) составляют случайную выборку наблюдений. Эти эмпирические данные, расположенные в порядке возрастания, отражают истинный закон распределения циклической прочности шильфонов. Интегральная функция распределения, отвечающая условию

$$F(t) = \text{Вер} \{ \tau < t \}, \quad (77)$$

служит одним из способов выражения закона распределения случайной величины и является моделью долговечности. Классической оценкой интегральной функции распределения по экспериментальным данным служит формула статистического определения вероятности

$$F^*(t) = \frac{d}{n}. \quad (78)$$

Для определения теоретического закона распределения, с которым наилучшим образом согласуется эмпирическое распределение, проводятся испытания достаточно большого объема ( $n > 20$ ).

Широкое распространение получило графическое изображение эмпирической интегральной функции распределения на вероятностной бумаге. Если опытные точки на вероятностной бумаге располагаются близко к прямой, это свидетельствует о согласованности опытных данных с законом распределения, для которого построена вероятностная бумага. По углу наклона и по отрезкам, которые отсекает прямая на осях координат, можно приближенно определять параметры распределения. На рис. 81—85 показаны графики<sup>1</sup>, построенные на вероятностной бумаге логарифмически нормального закона двух видов (с «порогом чувствительности»  $N_0$  и без него),

<sup>1</sup> На рис. 70—73 обозначения 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют таким же обозначениям рис. 69.

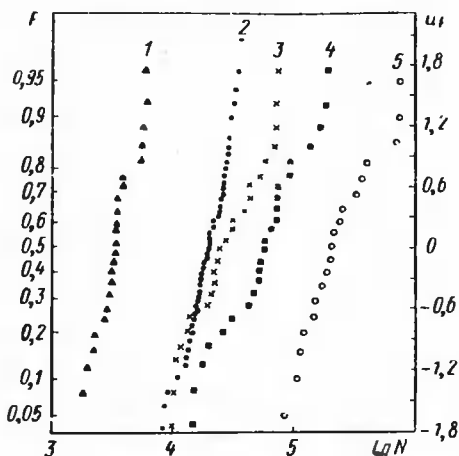


Рис. 81. Эмпирические функции распределения числа циклов до разрушения сильфонов на вероятностной бумаге логарифмически нормального закона.

Условные обозначения: 1 — сильфон 28×10×0,2; —Л-80 ГОСТ 17211—71,  $\sigma_{\text{ЭКВ}}=110$  кгс/мм<sup>2</sup>; 2—18×10×0,2—36НХТО ГОСТ 11915—72,  $\sigma_{\text{ЭКВ}}=125$ ; 3—18×6×0,2—Бр. Б2 ГОСТ 11915—72,  $\sigma_{\text{ЭКВ}}=82$ ; 4—48×6×0,2—36НХЮ ГОСТ 11915—72,  $\sigma_{\text{ЭКВ}}=96$ ; 5—18×10×0,2—Бр. Б2 ГОСТ 11915—72,  $\sigma_{\text{ЭКВ}}=86$

закона Вейбулла, нормального и экспоненциального законов<sup>1</sup>. Изображены распределения наработки до отказа сильфонов из различных сплавов, при различных уровнях напряжений. На горизонтальной оси отложены значения наработки сильфонов до отказа (циклической прочности), традиционно обозначенной для сильфонов буквой  $N$ , или логарифмы этих значений. По вертикали отложены значения интегральной функции распределения  $F$  (левая неравномерная шкала). Правая равномерная шкала получена путем некоторых преобразований интегральной функции  $F$ . На рис. 81, 82, 84  $U_F$  есть квантиль нормированного нормального или логарифмически нормального закона, т. е. значение аргумента, при котором  $\text{Вер} \{ \tau < t \} = F(t)$ . Для нормального закона  $F(t) = F_0 \left( \frac{t-a}{\sigma} \right) = F_0(U_F)$ ,

где  $F_0(U_F)$  — табулированная нормированная интегральная функция нормального закона [48, 59].

Как следует из графиков, лучше всего эмпирический закон распределения согласуется с логарифмически нормальным законом обоих видов и законом Вейбулла [14]. В области высоких напря-

<sup>2</sup> Беседа А. И. Обработка результатов испытания упругих чувствительных элементов на надежность. Тезисы докладов науч.-техн. конференции «Пути повышения надежности теплоэнергетических приборов», Смоленск, 1965, с. 30—31.

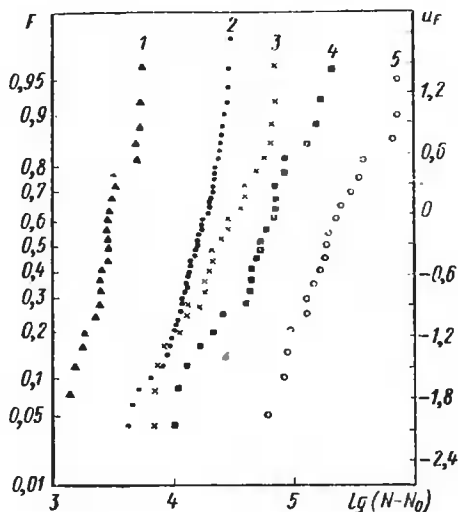


Рис. 82. Эмпирические функции распределения числа циклов до разрушения сильфонов на вероятностной бумаге логарифмически нормального закона с порогом чувствительности

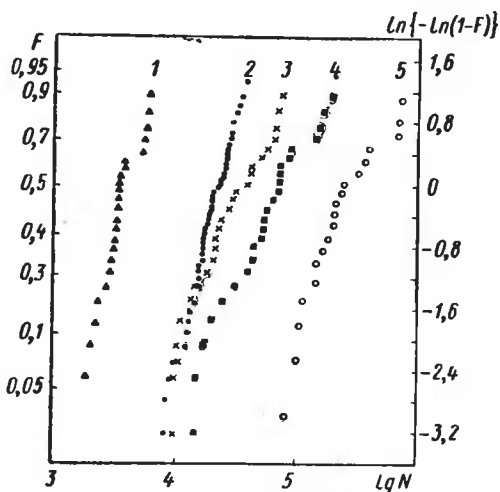


Рис. 83. Эмпирические функции распределения числа циклов до разрушения сильфонов на вероятностной бумаге закона Вейбулла

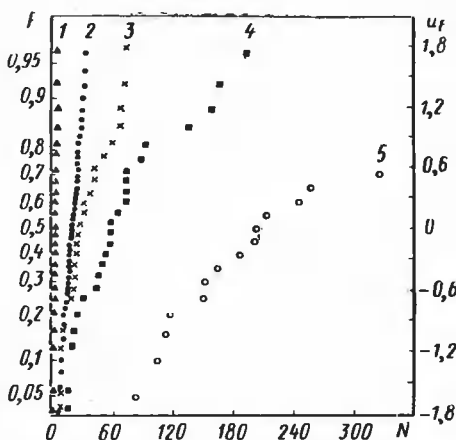


Рис. 84. Эмпирические функции распределения числа циклов до разрушения сильфонов на вероятностной бумаге нормального закона

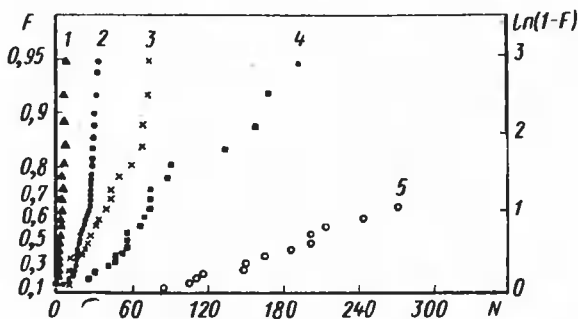


Рис. 85. Эмпирические функции распределения числа циклов до разрушения сильфонов на вероятностной бумаге экспоненциального закона

жений опытные данные неплохо согласуются с нормальным законом. Совсем не согласуется эмпирическая функция с экспоненциальным законом. Для распределения циклической прочности сильфонов характерна вытянутость графиков полигона или гистограммы вправо. Значение циклической прочности в конце размаха (диапазона) варьирования отличаются меньшей плотностью, чем в начале, т. е. закон распределения циклической прочности сильфонов несимметричен относительно своего математического ожидания.

Согласуемость эмпирического распределения циклической прочности сильфонов с логарифмически нормальным законом и законом Вейбулла не противоречит широко распространенному мнению о подчинении результатов усталостных испытаний этим законам [48, 19].

Как показано в предыдущей главе, результаты усталостного разрушения сильфонов имеют определенную статистическую связь с величиной напряжений, но подвержены значительному (на несколько порядков) рассеиванию случайного характера [49, 54]. На рис. 86 показана корреляционная картина зависимости циклической

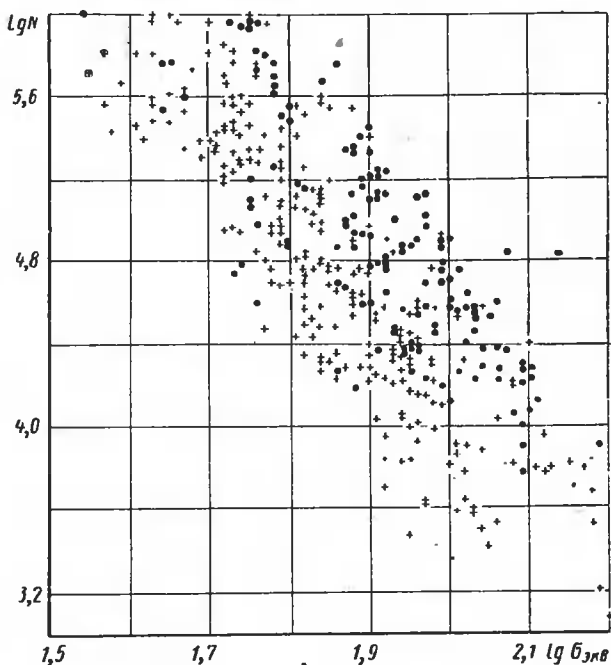


Рис. 86. Корреляционное поле циклической прочности сильфонов из бронзы Бр. Б2 (по ГОСТ 11915—72).

Условные обозначения:

+ — сильфоны нагружены давлением; — сильфоны нагружены ходом

прочности сильфонов от напряжения, характеризующаяся довольно широким полем рассеивания и подчиняющаяся определенным вероятностным закономерностям. Изучение этих закономерностей позволяет решать вопросы, связанные с оценкой показателей надежности сильфонов.

Результаты усталостных испытаний, несмотря на значительность их рассеивания, снизу имеют ограничение «порогом чувствительности» по циклам  $N_0$ , который отделяет нечувствительную к переменной нагрузке зону наработки [19, 49].

Истинным законом распределения циклической прочности принято считать нормальный закон распределения величины  $\lg(N-N_0)$ , называемый логарифмически нормальным с «порогом чувствительности» [49].

При использовании этого закона определение  $N_0$  производится с помощью ЭВМ. С целью прогнозирования надежности, кроме кривых усталости (или линий регрессии), устанавливается зависимость между величинами  $\lg \sigma_{\text{экв}}$  и  $\lg(N-N_0)$ .

В распределении Вейбулла

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{t}{a} \right)^b \right],$$

для оценки параметров  $a$  и  $b$  требуется применение, например, метода наименьших квадратов с предварительным преобразованием переменных  $F(t)$  и  $t$  в новые, соответственно,  $\ln[-\ln(1-F)]$  и  $\ln t$ .

Учитывая некоторые трудности, связанные с применением указанных выше законов, рекомендуется применять самый простой из удовлетворительно согласующихся с опытными данными логарифмически нормальный закон без порога чувствительности.

С помощью «кривых» усталости, приведенных на рис. 71—74 предыдущей главы, на любом уровне напряжений  $\sigma_{\text{экв}}$  определяется один из параметров логарифмически нормального закона, точнее, его статистическая оценка, т. е.  $\lg \bar{N} = a$ .

На рис. 71—74 параметр  $\lg \bar{N}$  заменен на  $\lg \bar{N}$  (ошибка от такой замены незначительна), что позволяет путем потенцирования определять среднее значение циклической прочности  $\bar{N}$ .

Среднее квадратическое отклонение логарифмически нормально-го закона определяется по результатам испытания или из соотношения, установленного опытным путем

$$S_{\lg N} = (0,04 \div 0,08) \lg \bar{N}. \quad (79)$$

Наработка (циклическая прочность) сильфонов, соответствующая определений гарантированной вероятности разрушения (вероятности безотказной работы)  $P(N)$ , может быть определена из нижней толерантной границы нормального закона, правее которой лежит заданная доля  $P(N)$  значений  $N$  [48, 59]

$$\lg N_p = \lg \bar{N} - k S_{\lg N}. \quad (80)$$

Значения  $k$ , являющиеся функцией  $n$  (объема выборки),  $P(N)$  и  $P^*$  (доверительной вероятности, или вероятности того, что  $100P(N)\%$  значений случайной величины будет находиться выше устанавливаемой границы), определяются по соответствующим таблицам [59].

Другой способ определения гарантированной наработки сильфонов  $N_p$  основан на построении доверительных границ линии регрессии для единичных (а не средних) значений циклической прочности. Как и в предыдущем случае, устанавливается нижняя доверительная граница, но уже для линии регрессии, выше которой рас-

полагается  $100P(N)\% = 100(1-\alpha)\%$  значений циклической прочности при доверительной вероятности  $P^* = (1-\beta)$  [1]:

$$\lg N_p = \overline{\lg N} - S \frac{U_{1-\alpha} - U_{1-\beta} \sqrt{\frac{c^2}{n} \left(1 - \frac{U_{1-\beta}^2}{2n-2}\right) + \frac{U_{1-\alpha}^2}{2n-2}}}{1 - \frac{U_{1-\beta}^2}{2n-2}}, \quad (81)$$

где

$$\left. \begin{aligned} c^2 &= 1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{S_x^2}, \quad x = \lg \sigma_{\text{ЭКВ}}; \\ S_x^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \\ S &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lg N_i - \overline{\lg N})^2}{n-2}} \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

$U_{1-\alpha}$  и  $U_{1-\beta}$  — квантили нормированного нормального распределения, значения которых сведены в таблицы [48, 59].

Указанные границы при доверительной вероятности  $P^* = 0,8$  для  $P(N) = 0,9; 0,99; 0,995; 0,999$  изображены на рис. 71—74.

Изложенные способы определения гарантированных значений наработки сильфонов могут быть рекомендованы для приближенной оценки гамма-процентного ресурса.

**Оценка показателей безотказности сильфонов.** Анализ закона распределения наработки сильфонов до отказа позволил установить границы нормального участка работы, который ограничен сверху «порогом чувствительности» по циклам  $N_0$ . Это потенциально абсолютно надежный участок. В этом случае вероятность безотказной работы

$$P(N) = \begin{cases} 1 & \text{при } N \leq N_0 \\ 1 - F_0\left(\frac{\lg N - \overline{\lg N}}{\sigma_{\lg N}}\right) & \text{при } N > N_0 \end{cases}, \quad (83)$$

где  $F_0\left(\frac{\lg N - \overline{\lg N}}{\sigma_{\lg N}}\right)$  — табулированная интегральная функция распределения нормированного нормального закона [48, 59].

Реально существующая опасность внезапных отказов не позволяет принимать  $P(N)$  равным единице при работе сильфонов на нормальном участке. Целесообразнее предусмотреть возможность

возникновения внезапных отказов случайного характера постоянной интенсивности

$$P(N) = \begin{cases} e^{-\lambda N \frac{1}{f}} = e^{-\lambda t} & \text{при } N \leq N_0 \\ e^{-\lambda N \frac{1}{f}} \left[ 1 - F_0 \left( \frac{\lg N - \lg \bar{N}}{\sigma_{\lg N}} \right) \right] & \text{при } N > N_0 \end{cases}, \quad (84)$$

где  $f$  — частота циклического нагружения сильфонов.

Можно рекомендовать выбирать значения интенсивности отказов

таким образом, чтобы величина  $e^{-\lambda N_0 \frac{1}{f}}$  была не менее 0,9, а требования к безотказности сильфонов следует распространять на паработку  $N \leq N_0$ .

С достаточной для практических задач точностью значение порога чувствительности определяется из эмпирического соотношения

$$\lg N_0 = (0,75 \div 0,90) \lg \bar{N}. \quad (85)$$

При  $N > N_0$ , даже достаточно близком к  $N_0$ , возникают отказы при выборке небольшого объема ( $n < 20$ ), поэтому планирование испытаний на надежность при допустимом числе отказов  $d=0$ , предусмотренном действующими нормативно-техническими документами, практически неосуществимо. Подтверждение показателей надежности (особенно высоких значений) при  $d > 0$  требует увеличенного объема испытаний. Так, при контроле вероятности безотказной работы  $P=0,98$  при  $d=0$ ,  $n=65$ ; при  $d=3$ ,  $n=283$  (ГОСТ 13216—74).

**Пример 19.** Определить гарантированную паработку (гамма-процентный ресурс) сильфона  $38 \times 10 \times 0,25$  — 36НХТЮ ГОСТ 11915—72, работающего при постоянном ходе на растяжение 1,3 мм и переменном внутреннем давлении, изменяющемся при каждом цикле от 0 до 34 кгс/см<sup>2</sup>. При этом известны  $S=0,326$ ;  $S_x^2=0,0179$ ;  $\bar{x}=1,95$ ;  $n=284$ . Принимаем  $1-\alpha=0,999$ ;  $1-\beta=0,8$ .

**Решение.** Расчет напряженного состояния сильфона для заданных условий приведен в гл. V (пример 12). Результирующее эквивалентное напряжение пульсирующего цикла  $\sigma_{\text{экв}}^0$  составляет 68,0 кгс/мм<sup>2</sup>;  $x = \lg \sigma_{\text{экв}} = \lg \sigma_{\text{экв}}^0 = 1,8326$ . Из линии регрессии (см. рис. 71) находим  $\lg \bar{N} = 5,1459$ . По формуле (82)

$$c^2 = 1 + \frac{(1,8326 - 1,9500)^2}{0,0179} = 1,77.$$

Определяем квантили нормального распределения [48, 59]

$$U_{1-\alpha} = 3,09; \quad U_{1-\beta} = 0,8416.$$

По уравнению (81) определяем

$$\lg N_{0,999} = 5,1459 - 0,326 \times \frac{3,09 + 0,8416 \sqrt{\frac{1,77}{284} \left(1 - \frac{0,8416^2}{2 \cdot 284 - 2}\right) + \frac{3,09^2}{2 \cdot 284 - 2}}}{1 - \frac{0,8416^2}{2 \cdot 284 - 2}} = 4,0956.$$

Откуда  $N_{0,999} = 12\,400$  циклов.

**Пример 20.** Определить гарантированную наработку сильфона (см. пример 19) с помощью толерантной границы. Принимаем  $1-\alpha=0,999$ ;  $1-\beta=0,8$ .

**Решение.** Среднее квадратичное отклонение  $S_{\lg N}$  вычисляем из соотношения (79)

$$S_{\lg N} = 0,06 \cdot 5,1459 = 0,3087.$$

Для  $n=25$  (объем испытаний в одном режиме),  $1-\alpha=0,999$  и  $1-\beta=0,8$  определяем  $k=3,882$ .

По формуле (80)

$$\lg N_{0,999} = 5,1459 - 3,882 \cdot 0,3087 = 3,9475;$$

$$N_{0,999} = 8860 \text{ циклов.}$$

Определенные обоими способами значения  $N_{0,999}$  могут служить приближенной оценкой «порога чувствительности» по циклам  $N_0$ .

Значение  $N_0$  из формулы (85) составляет 4800—26 000 циклов. Для результатов испытаний на усталость такой диапозон значений не считается значительным.

## 23. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НАДЕЖНОСТЬ СИЛЬФОНОВ

Исследование параметрической надежности сильфонов предусматривает получение информации об изменениях технических параметров, точнее, о накоплении в сильфонах пластической деформации и методов оценки показателей надежности. Вопрос параметрической надежности сильфонов мало изучен. Объясняется это трудностью реализации процесса накопления пластической деформации сильфонов в лабораторных условиях, отсутствием методики оценки величины пластической деформации применительно к сильфонам, отсутствием соответствующего испытательного оборудования, обеспечивающего получение всего разнообразия условий нагружения сильфонов. Анализ практических случаев нагружения сильфонов позволил выделить два характерных условия накопления пластической деформации: в результате процесса ползучести и в результате процесса релаксации напряжений (неограниченной и ограниченной ползучести) [23].

Реализация процесса ползучести представляет собой случайный процесс, характеризующийся значительным рассеиванием значений пластической деформации. Такой случайный процесс описывается случайной функцией, зависящей от времени или от другой переменной. Характеристиками случайной функции являются «динамические» математическое ожидание  $a_v(x)$  и дисперсия  $D_v(x)$ , которые

зависят от той же переменной, что и случайная функция. Здесь  $y$  и  $x$  означают зависимую и независимую переменные: в рассматриваемом случае — это остаточный ход  $w_{ост}$ , обусловленный процессом ползучести и определяемый по изменению длины сильфона и времени  $\tau$ . Кроме того, известно, что процесс ползучести является функцией таких факторов, как эквивалентное напряжение  $\sigma_{эКВ}$  и температура  $T$ . Поэтому процесс ползучести следует рассматривать как множественную случайную функцию.

Математическое ожидание процесса ползучести представляет собой некоторую среднюю функцию, около которой группируются возможные реализации процесса.

Методом множественной корреляции установлены такие зависимости для ряда типоразмеров сильфонов, нагруженных сжимающей силой (при этом длина сильфона под нагрузкой в течение всего времени испытаний поддерживалась постоянной):

для сильфонов  $28 \times 10 \times 0,2 - 36НХТЮ$ :

$$\lg w_{ост} = 5,068 + 2,083 \lg \sigma_{эКВ} + 0,249 \lg \tau; \quad (86)$$

для сильфонов  $28 \times 10 \times 0,2$  и  $48 \times 6 \times 0,2 - Л80$

$$\lg w_{ост} = -5,054 + 1,365 \lg \sigma_{эКВ} + 0,2 \lg \tau + 1,982 \lg T. \quad (87)$$

Кривые ползучести, соответствующие уравнению (87), изображены на рис. 87.

Остаточный ход  $w_{ост}$  выражен в процентах от хода, при котором циклическая прочность сильфонов составляет  $10^5$  циклов (значение хода вычисляют с помощью уравнений регрессии по цикло-

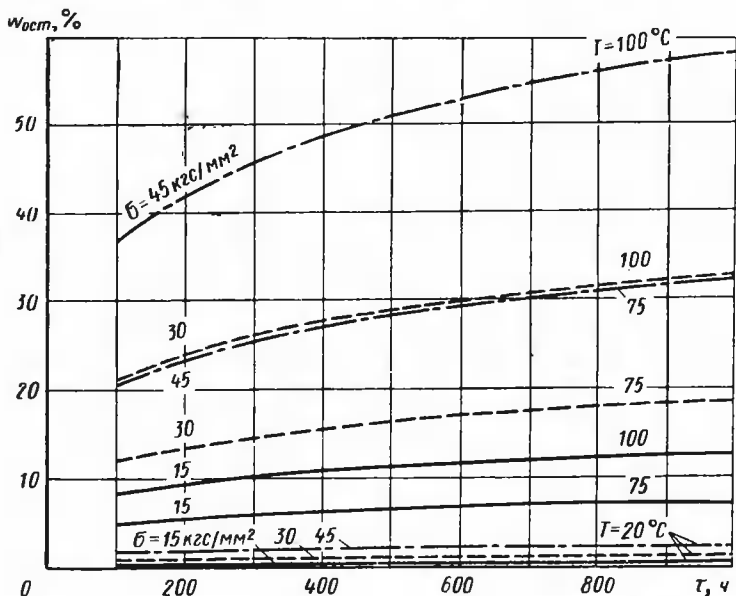


Рис. 87. Кривые ползучести сильфонов из полутомпака по ГОСТ 17211-71

прочности или определяют по «кривым» усталости на рис. 71—74). Отметим, что при нагружении сильфонов давлением, величина ползучести существенно меньше, чем при нагружении силой.

Оценка показателей надежности сильфонов по ползучести производится путем фиксирования числа отказов за время испытаний, например, по формулам (68), (72). Отказом считается превышение остаточного хода  $\omega_{ост}$  некоторой допустимой величины  $[\omega_{ост}]$ .

Вероятность того, что в фиксированный момент времени остаточный ход не превысит допустимую величину  $[\omega_{ост}]$  можно определить с помощью интегральной функции распределения

$$F([\omega_{ост}]) = \text{Вер} \{ \omega_{ост} < [\omega_{ост}] \}.$$

Можно считать, что величина остаточного хода в фиксированный момент времени, как и параметры других внутренних процессов в материалах, распределена по нормальному закону.

Тогда

$$F([\omega_{ост}]) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{[\omega_{ост}]} \frac{(\omega_{ост} - a)^2}{e^{2\sigma^2}} d\omega_{ост} = F_0\left(\frac{[\omega_{ост}] - a}{\sigma}\right), \quad (88)$$

где  $\alpha$  и  $\sigma$  — математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение остаточного хода  $\omega_{ост}$  в момент  $t$ .

Отдавая себе отчет в том, что этим материалом далеко не исчерпываются проблемы параметрической надежности сильфонов, авторы надеются, что материал данного раздела заинтересует читателя, привлечет его внимание своей нерешенностью.

ЕДИНИЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОРАЗМЕРОВ СИЛЬФОНОВ  
 ПО ГОСТ 11915—72 ИЗ СПЛАВА 36НХТЮ.

Типоразмер сильфонов ( $D \times n \times h_0$ ) $n=1$	Напряжения в точках А и В в кгс/мм <sup>2</sup>						Напряжения в точках С и D в кгс/мм <sup>2</sup>					
	$p=1$ [кгс/см <sup>2</sup> ], $w=0$			$w=1$ [мм], $p=0$			$p=1$ [кгс/см <sup>2</sup> ], $w=0$			$w=1$ [мм], $p=0$		
	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$
9×1×0,08	0,105	0,068	1,304	20,1	279	855	0,093	0,093	0,976	14,09	225	609
11×1×0,08	0,141	0,276	2,45	9,49	153	559	0,119	0,282	1,89	6,41	120	399
11×1×0,10	0,111	0,109*	1,56	14,74	166	723	0,094	0,083*	1,26	9,99	121	538
11×1×0,12	0,092	0,038	1,97	21,3	178	889	0,078	0,002*	0,898	14,5	120	679
14×1×0,08	0,195	0,726	4,79	4,05	95	327	0,166	0,830	3,44	2,76	82,9	2212
14×1×0,10	0,155	0,350	3,09	6,21	102	422	0,132	0,374	2,35	4,25	85,6	295
14×1×0,12	0,129	0,160	2,15	8,88	109	518	0,157	1,34	0,109	6,09	86,4	376
14×1×0,16	0,094	0,034	1,066	15,78	169	640	0,081	0,027	0,833	10,92	130	468
16×1×0,08	0,236	1,32	6,90	2,45	69,7	231	0,196	1,29	5,1	1,62	57,8	151
16×1×0,10	0,188	0,651	4,52	3,76	75,2	299	0,156	0,616	3,49	2,48	59,8	209
16×1×0,12	0,155	0,371	3,13	5,39	80,3	369	0,129	0,311	2,50	3,58	60,2	267
16×1×0,16	0,115	0,154	1,59	9,49	121	457	0,096	0,111	1,26	6,35	89,2	334
18×1×0,08	0,253	1,56	8,0	1,92	59,8	196	0,213	1,56	6,01	1,30	50,1	131,0
18×1×0,10	0,202	0,772	5,26	2,93	64,3	254	0,170	0,757	4,13	1,99	51,8	181
18×1×0,12	0,167	0,455	3,65	4,19	68,5	313	0,140	0,347	2,99	2,86	52,2	230
18×1×0,16	0,123	0,189	1,87	7,37	101	391	0,104	0,153	1,51	5,05	75,8	290
20×1×0,08	0,301	2,51	11,0	1,25	47,8	144	0,250	2,34	8,38	0,828	38,5	96,7
20×1×0,10	0,240	1,30	7,30	1,90	51,6	188,8	0,199	1,16	5,80	1,27	40,0	134
20×1×0,12	0,199	0,775	5,10	2,72	55,0	234	0,164	0,614	4,19	1,82	40,5	171
20×1×0,16	0,147	0,307	2,73	4,77	75,2	301	0,124	0,318	2,09	3,20	60,3	211
20×1×0,20	0,116	0,131	1,73	7,43	82,0	388	0,098	0,100	1,39	5,02	60,7	284
22×1×0,08	0,290	2,21	10,5	1,23	46,1	144	0,248	2,16	8,14	0,860	38,6	99,4
22×1×0,10	0,231	1,12	6,92	1,88	49,5	188	0,197	1,05	5,6	1,32	40,1	137
22×1×0,12	0,192	0,654	4,84	2,68	52,5	232	0,163	0,548	4,03	1,89	40,5	175
22×1×0,16	0,142	0,240	2,59	4,70	70,9	301	0,122	0,234	2,03	3,32	59,3	217
25×1×0,10	0,267	1,62	9,33	1,25	38,3	145	0,227	1,53	7,62	0,87	30,6	106
25×1×0,12	0,222	0,981	6,53	1,79	40,5	179	0,189	0,755	5,53	1,26	30,9	135
25×1×0,16	0,164	0,40	3,47	3,13	57,7	227	0,141	0,401	2,74	2,21	47,3	164,5
25×1×0,20	0,130	0,163	2,21	4,88	62,4	292	0,112	0,151	1,82	3,45	47,7	221
28×1×0,08	0,377	4,12	17,9	0,584	28,8	88,4	0,322	4,01	14,2	0,410	23,7	62,6
28×1×0,10	0,301	2,14	11,9	0,892	30,8	116	0,257	2,03	9,83	0,627	24,5	86,0

28X1X0.12	0.250	1.31	8.36	1.28	32.7	144	0.213	1.03	7.14	0.898	24.8	109
28X1X0.16	0.185	0.625	4.34	2.24	48.8	179	0.159	0.565	3.50	1.59	39.5	131
28X1X0.20	0.147	0.290	2.79	3.47	52.7	231	0.126	0.225	2.33	2.46	39.9	176
34X1X0.08	0.427	5.38	23.4	0.378	20.4	66.0	0.303	4.97	19.2	0.265	16.4	48.0
34X1X0.10	0.341	2.81	15.6	0.580	21.7	86.6	0.289	2.50	13.1	0.410	16.9	65.1
34X1X0.12	0.283	1.71	11.0	0.830	23.0	107	0.240	1.37	9.43	0.580	17.1	81.9
34X1X0.16	0.211	0.965	5.55	1.45	37.0	128	0.180	0.809	4.58	1.02	29.1	95.8
34X1X0.20	0.167	0.438	3.61	2.24	39.8	167	0.143	0.353	3.05	1.58	29.4	129
38X1X0.08	0.415	4.98	22.3	0.370	20.2	64.2	0.362	4.76	18.6	0.272	16.9	48.0
38X1X0.10	0.331	2.69	14.8	0.567	21.5	84.3	0.288	2.36	12.7	0.418	17.5	65.1
38X1X0.12	0.275	1.54	10.4	0.808	22.7	104	0.240	1.28	9.12	0.597	17.7	81.9
38X1X0.16	0.206	0.832	5.42	1.39	35.3	125	0.181	0.731	4.53	1.03	29.0	95.9
38X1X0.20	0.164	0.345	3.52	2.15	37.8	163	0.144	0.301	3.02	1.59	29.4	128
38X1X0.25	0.130	0.136	2.24	3.35	40.6	210	0.114	0.054	1.99	2.50	29.2	169
42X1X0.08	0.509	7.67	34.1	0.221	14.3	47.0	0.439	8.07	26.8	0.158	12.5	32.7
42X1X0.10	0.407	4.20	22.6	0.339	15.2	61.5	0.349	4.15	18.6	0.243	13.1	45.0
42X1X0.12	0.339	2.47	16.0	0.483	16.1	75.7	0.290	2.35	13.5	0.346	13.2	57.0
42X1X0.16	0.251	1.44	8.06	0.851	26.6	90.9	0.218	1.42	6.33	0.613	23.0	64.2
42X1X0.20	0.200	0.688	5.28	1.30	28.4	118	0.173	0.659	4.3	0.941	23.7	87.6
42X1X0.25	0.159	0.324	3.38	2.03	30.5	152	0.137	0.269	2.85	1.47	23.8	117
48X1X0.08	0.534	10.6	47.1	0.143	10.6	35.9	0.511	11.2	37.5	0.102	9.20	25.4
48X1X0.10	0.476	5.92	31.4	0.219	11.3	46.9	0.408	5.59	26.1	0.157	9.56	34.6
48X1X0.12	0.396	3.51	22.2	0.313	11.9	57.8	0.339	3.14	18.9	0.225	9.70	43.7
48X1X0.16	0.295	2.20	11.1	0.549	20.1	68.5	0.254	2.02	9.14	0.395	16.5	50.5
48X1X0.20	0.235	1.10	7.31	0.843	21.5	89.1	0.202	0.966	6.18	0.607	16.9	68.1
48X1X0.25	0.187	0.553	4.70	1.31	23.1	115	0.161	0.424	4.09	0.947	16.9	90.0
60X1X0.10	0.539	7.58	40.9	0.144	8.67	35.7	0.473	8.28	33.3	0.108	8.08	26.0
60X1X0.12	0.449	4.49	29.0	0.205	9.09	43.9	0.393	4.77	24.3	0.153	8.26	33.1
60X1X0.16	0.331	2.47	14.7	0.365	15.3	53.4	0.296	3.34	10.5	0.274	15.1	34.2
60X1X0.20	0.264	1.18	9.71	0.556	16.3	68.9	0.236	1.71	7.21	0.418	16.5	46.8
60X1X0.25	0.211	0.583	6.24	0.856	17.6	88.0	0.187	0.788	4.79	0.645	17.9	62.4
65X1X0.10	0.557	8.37	43.6	0.125	8.08	32.0	0.491	9.02	35.8	0.095	7.43	23.6
65X1X0.12	0.464	4.93	31.0	0.179	8.46	39.5	0.408	5.19	26.2	0.135	7.61	30.0
65X1X0.16	0.345	2.87	16.0	0.313	13.3	48.3	0.306	3.06	13.1	0.237	11.8	35.8
65X1X0.20	0.276	1.40	10.5	0.480	14.1	62.5	0.244	1.50	8.87	0.365	12.1	48.2
75X1X0.10	0.714	15.2	70.5	0.066	5.58	21.0	0.623	15.5	58.7	0.049	4.95	15.5
75X1X0.12	0.594	9.16	50.4	0.094	5.87	26.1	0.518	9.01	43.0	0.070	5.08	19.7
75X1X0.16	0.443	5.63	25.8	0.166	9.36	31.5	0.388	5.58	21.4	0.123	8.01	23.3
75X1X0.20	0.354	2.95	17.1	0.254	10.0	41.1	0.309	2.82	14.6	0.188	8.24	31.6
75X1X0.25	0.282	1.48	11.1	0.393	10.6	53.1	0.246	1.25	9.78	0.293	8.31	41.8
85X1X0.12	0.616	13.2	47.2	0.080	7.28	19.1	0.546	13.7	37.5	0.060	6.33	13.5
85X1X0.16	0.462	5.89	28.7	0.137	7.92	27.7	0.407	5.87	24.1	0.102	6.83	29.9

Типоразмер сильфонов ( $D \times n \times h_0$ ) $n=1$	Напряжения в точках А и В в кгс/мм <sup>2</sup>						Напряжение в точках С и D в кгс/мм <sup>2</sup>					
	$p=1$ [кгс/см <sup>2</sup> ], $w=0$			$w=1$ [мм], $p=0$			$p=1$ [кгс/см <sup>2</sup> ], $w=0$			$w=1$ [мм], $p=0$		
	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$	$\sigma'_{10}$	$\sigma'_{20}$	$\sigma'_{1H}$
85×1×0,20	0,372	3,28	19,2	0,206	8,36	35,7	0,327	2,98	16,6	0,155	6,93	27,8
85×1×0,25	0,294	1,59	12,3	0,326	8,96	46,5	0,259	1,38	10,9	0,246	7,06	37,0
105×1×0,12	0,759	20,3	73,9	0,044	4,75	13,3	0,674	21,5	58,3	0,033	4,27	9,24
105×1×0,16	0,569	9,11	44,7	0,075	5,16	19,2	0,503	9,53	37,4	0,057	4,61	14,3
105×1×0,20	0,454	4,75	29,6	0,115	5,45	24,9	0,401	4,86	25,4	0,087	4,74	19,3
105×1×0,25	0,363	2,57	19,2	0,179	5,76	32,0	0,320	2,37	16,9	0,136	4,76	25,3
130×1×0,16	0,655	12,8	59,3	0,047	3,93	13,9	0,586	13,7	49,3	0,037	3,60	10,4
130×1×0,25	0,418	3,40	25,8	0,113	4,36	23,4	0,373	3,56	22,6	0,087	3,76	18,6

Примечания: 1. Напряжения аналогичных типоразмеров сильфонов по ГОСТ 11915—72, ГОСТ 17210—71 и ГОСТ 17211—71 из других сплавов определяются следующим образом:

а) При нагружении сильфона сосредоточенной силой напряжения равны произведению соответствующего напряжения сильфона из сплава 36НХТЮ на отношение модулей упругости нового сплава к модулю упругости сплава 36НХТЮ. При этом необходимо пользоваться следующими значениями модулей упругости:

$E$  (36НХТЮ)=21000 кгс/мм<sup>2</sup>;  $E$  (Х18Н10Т)=20300 кгс/мм<sup>2</sup>;

$E$  (Л—80)=11500 кгс/мм<sup>2</sup> и  $E$  (БрБ2)=13500 кгс/мм<sup>2</sup>.

б) При нагружении сильфонов давлением напряжения не зависят от материала и равны соответствующим напряжениям сильфонов из сплава 36НХТЮ.

2. У типоразмеров сильфонов, отмеченных звездочкой,  $\sigma_{20}$  имеет знак, противоположный указанному в табл. 1.

3. При оценке циклической прочности сильфонов необходимо пользоваться следующими значениями пределов прочности и текучести рассматриваемых сплавов:

	$\sigma$	36НХТЮ	Бр.Б2	Х18Н10Т	Л—80
$\sigma_T$	в кгс/мм <sup>2</sup>	130	110	70	50
$\sigma_B$	в кгс/мм <sup>2</sup>	145	125	120	6

1. Айвазян С. А. Статистические исследования зависимостей. М., «Металлургия», 1968, 227 с.
2. Аксельрад Э. Л., Васильев В. В. Расчет сильфонов, нагруженных изгибающим моментом. «Известия вузов. Приборостроение», 1972, 15, № 5, с. 78-83.
3. Аксельрад Э. Л. Периодическое решение осесимметричной задачи теории оболочек. МП, 1966, № 2, с. 77-83.
4. Алфутов Н. А. Расчет однослойного сильфона методом Ритца. Инж. сборник АН СССР, 1953, 15, с. 181-186.
5. Андреева Л. Е., Богданова Ю. А. Методы проектирования мембранных упругих элементов. ЦНИИ ТЭИприборостроения, 1972, 38 с.
6. Андреева Л. Е., Богданова Ю. А. Проектирование гофрированных мембран по заданной характеристике. — «Приборы и системы управления», 1972, № 6, с. 37-39.
7. Андреева Л. Е., Горячева Л. Н., Петровский В. В. Исследование эффективной площади сильфонов, работающих в условиях силовой компенсации. «Известия вузов. Машиностроение», 1972, № 3, с. 12-15.
8. Андреева Л. Е., Горячева Л. Н., Петровский В. В. О расчете сильфонов, работающих в приборах силовой компенсации. — «Приборы и системы управления», 1972, № 7, с. 33-35.
9. Андреева Л. Е., Горячева Л. Н. Уточненный расчет жесткости и напряжений в сильфоне. Расчеты на прочность. М., «Машгиз», 1969, № 14, с. 17-35.
10. Андреева Л. Е. Методика проектирования гофрированных мембран. — «Приборы и системы управления», 1969, № 9, с. 22-27.
11. Андреева Л. Е., Петровский В. В. Решение нелинейных задач осесимметричного деформирования оболочек на основе метода В. В. Власова — В. В. Петрова. «Известия вузов. Машиностроение», 1972, № 8, с. 173-175.
12. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. М., Машгиз, 1962, 456 с.
13. Андреева Л. Е. Численное решение задачи о больших прогибах гофрированной мембраны. МТТ, 1967, № 3, с. 83-89.
14. Беседа А. И. Надежность упругих чувствительных элементов, Реферативный сборник «Приборы и средства автоматизации». М., ЦНИИ ТЭИприборостроения. 1968, с. 14-17.
15. Будянский Б., Радковский П. Численный анализ несимметричного изгиба оболочек вращения. — «Ракетная техника и космонавтика». (7 А1АА), 1963, № 8, с. 93-105.

16. Булгаков В. Н. Напряжения и перемещения сильфонов. Численные методы в прикладной теории упругости. Киев, «Наукова Думка», 1968, с. 211-248.

17. Бурцев К. Н. Металлические сильфоны. М.—Л., Машгиз, 1963, 163 с.

18. Вальшонок Л. С. Расчет тороидального сильфона с невысокими волнами. Сб. «Исследование и расчет напряжений в деталях машин и конструкциях». М., «Наука», 1966, с. 173-190.

19. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. М., «Машиностроение», 1964, 275 с.

20. Волков А. Н. Определение продольной жесткости гофрированных оболочек применительно к расчету сильфонов. Инж. журнал, 1962, 2, № 2, с. 368-372.

21. Волков А. Н. Устойчивость сильфонов. Труды Университета дружбы народов им. Патриса Лумумбы. Серия «Строительство», 1970, 48, вып. 7, с. 107-113.

22. Волков А. Н. К вопросу определения осевой жесткости сильфона. «Известия вузов. Машиностроение», 1968, № 2, с. 55-58.

23. Гицбург Я. С. Ограниченная ползучесть деталей машин. Л., «Машиностроение», 1969, 183 с.

24. Гусенков А. П., Величкин Н. Н. Исследование прочности волнистых компенсаторов при малоцикловом нагружении. — «Проблемы прочности», № 3, 1971, с. 97—102.

25. Гусенко А. П., Лукин Ю. Б. Прочность при малоцикловом нагружении гибких металлических рукавов. — «Проблемы прочности», № 1, 1972, с. 98-104.

26. Дьяченко А. Н. Напряженно-деформированное состояние сильфонов и анализ связи между видом напряжений и долговечности при циклическом нагружении. МТТ, 1968, № 1, 101 с.

27. Жуков В. Б. Осевая жесткость бесшовного сильфона. — «Вестник машиностроения», 1966, № 2, с. 27-29.

28. Зверьков Г. Е., Мартыненко Ю. Ф., Штейнбок Л. А. Циклическая прочность сильфонов при различных нагрузках и схемах работы. — «Приборы и системы управления», № 7, 1973, с. 49-50.

29. Зверьков Г. Е., Беседа А. И., Евтеев В. С. К вопросу об устойчивости сильфонов под действием внутреннего давления. Труды НИИ Теплоприбор, 1966, № 3, с. 79-88.

30. Иорш Ю. Н. Виброметрия. М., Машгиз, 1963, 771 с.

31. Исаченков Е. И. Штамповка резиной и жидкостью. Изд. 2-е перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1967, 367 с.

32. Коновалов Б. О. Метод изготовления трубчатых заготовок поперечной шариковой раскаткой с помощью портативной головки. Сб. «Перспективы развития упругих чувствительных элементов». Центральный институт научно-технической информации электротехнической промышленности и приборостроения, 1961, с. 356-359.

33. Корнишин М. С. Нелинейные задачи теории пластин и оболочек и методы их решения. М., «Наука», 1964.

34. Королев В. И. Расчет сильфонов. «Вестник МГУ», 1954, № 9, с. 81-90.

35. Лаупа А., Вейл Н. А. Расчет компенсаторов с U-образными гофрами. — «Прикладная механика», 1962, Е., 29, № 1, с. 130-139.

36. Масагаки. Металлические сильфоны «Chemical engng», 1958, 3, № 5, p. 369-374.

37. Миткевич В. М., Шулика А. К. К численному решению краевых задач статик осесимметричных оболочек методом сведения к задачам Коши. — «Прикладная механика», 1972, № 5, с. 34-40.
38. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М., Физматиздат, 1961, 479 с.
39. Норицын И. А. Исследование технологии штамповки сильфонов. Сб. «Прогрессивная технология холодно-штамповочного производства», НТО Машпром, кн. 40, Машгиз, 1956, с. 24-38.
40. Расчеты на прочность в машиностроении. Под ред. Пономарева С. Д. М., Машгиз, 1958, т. 2, 976 с.
41. Расчеты на прочность в машиностроении. Под ред. Пономарева С. Д. М., Машгиз, 1959, т. 3, с. 1118 с.
42. Расчет и проектирование систем трубопроводов. Справочная книга. Пер. с англ. М., Гостоптехиздат, 1961, 474 с.
43. Рахштадт А. Г. Пружинные стали и сплавы. Изд. 2-е доп. и переработ. М., «Металлургия», 1971, 496 с.
44. Савкин Н. М. К расчету сильфонов, нагруженных равномерным давлением. «Известия вузов. Приборостроение», 1969, 12, № 4, с. 97-100.
45. Савкин Н. М. Расчет сильфонов на осесимметричную нагрузку. «Известия вузов. Машиностроение», 1969, № 8, с. 56-61.
46. Программирование задач об осесимметричных тонкостенных оболочках. Сепетоски, Пирсон и др. — «Прикладная механика», 1962, Е. 29, № 4, с. 58-65.
47. Серенсен С. В. Об оценке долговечности при изменяющейся амплитуде напряжения. — «Вестник машиностроения», № 7—8, 1944, с. 1—7.
48. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский Н. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М., Физматгиз, 1959, 436 с.
49. Степанов М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. М., «Машиностроение», 1972, 232 с.
50. Сухарев В. А. Расчет сильфонов. Численные методы в прикладной теории упругости. Киев, «Наукова Думка», 1968, с. 176-210.
51. Феодосьев В. И. К расчету гофрированных коробок (сильфонов). Инж. сборник АН СССР, 1947, 4 вып. 1, с. 137-149.
52. Феодосьев В. И. Об одном способе решения нелинейных задач устойчивости деформируемых систем. «Прикладная математика и механика», 1963, Т. 27, вып. 2, с. 265-274.
53. Феодосьев В. И. Упругие элементы точного приборостроения. М., Оборонгиз, 1949, 343 с.
54. Форрест П. Усталость металлов. М., «Машиностроение», 1968, 436 с.
55. Хосака Масанао. Сварные металлические сильфоны, «Кидай Эндзинья», 1967, т. 9, № 2, с. 93-96.
56. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. М., «Машиностроение», 1969, 504 с.
57. Чатынян Р. М. Методика статистической обработки результатов малого числа усталостных испытаний. «Известия высших учебных заведений. Машиностроение», № 6, 1963, с. 95-101.
58. Чернина В. С. Статика тонкостенных оболочек вращения. М., «Наука», 1968, 456 с.
59. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1968, 284 с.
60. Archer R. R., On the numerical solution of the non-linear

equations for shells of revolution. J. math. and phys., 1962, 16, No. 3, p. 165—178

61. Bowden A. T., Drumm T. C., Design and testing of large gas ducts. Proc. Inst. mech. engrs., 1960, 174, No. 3 p. 119—157

62. Clark R. A., An expansion bellows problem. Trans. ASME, 1970, E, 37, No. 1, p. 61—69

63. Feely F. T., Goryl W. M., Stress studies on piping expansion bellows. T. appl. mech., 1950, 17, No. 1, p. 135—141

64. Grubitzsch W., Festigkeitsberechnung von kompensatoren. Maschinenbantechnik, 1962, 11, No. 12, s. 663—667

65. Hamada Minoru and Takezono Shigeo, Strength of V—shaped bellows (5th report, Fatigue strength under axial loading). Bull. ISME, 1967, 10, No. 40, p. 611—617

66. Hamada Minoru and Takezono Shigeo, Strength of V—shaped bellows (Suppliment, design formulas and charts for the case of axial loading). Bull. ISME, 1967, 10, No. 41, p. 718—723

67. Hamada Minoru and Tanaka Masataka, A numerical method for solving elastic—plastic problems of rotationally symmetric shells. Bull. ISME, 1971, 14, No. 74, p. 724—736.

68. Hamada Minoru, Morita Yoshiyasu and Nitta Katsumichi, Applications of digital computer to the general axially summetric shell. J. ISME, 1965, 68, No. 553, p. 159—169

69. Hamada Minoru, Nakagawa Kiyoshi, Miyata Katsuo and Nakade Keiichi, Bending deformation of V—shaped bellows. Bull. ISME, 1971, 14, No. 71, p. 401—409.

70. Hamada Minoru, Seguchi Yasuyuki, Ito Sadao, Kaku Eiichi, Yamakawa Katsuyoshi and Oshima Iwao, Numerical method for non-linear axisymmetric bending of arbitrary shells of revolution and large deflection analyses of corrugated diaphragm and bellows. Bull. ISME, 1968, 11, No. 43, p. 24—33.

71. Hamada Minoru, Takezono Shigeo and Kashima Norio, Strength of V—shaped bellows (3rd report, case of loading of internal pressure). Bull. ISME, 1966, 9, No. 35, p. 513—523.

72. Hampl M., Anuloidove skorepiny a vlnove kompenzatory pro potrubí. Nakladatelství československé Akademie VED, Praha, 1958, 98 c.

73. Haringx Y. A., Instability of bellow subjected to internal pressure. Philips research reports, 1952, 7, p. 189—196.

74. Heteny I. M., Timms R. J. "Analysis of Axially Loaded Annular Sheels with Applications to Welded Bellows", Transactions of the ASME. 1960, v. 82, N 3, p. 741—755.

75. Marcal P. V. and Turner C. E., Elastic solution in the limit analysis of shells of revolution with special reference to expansion bellows. T. mech. engng. sci., 1961, 3, No. 3 p. 252—257.

76. Miyalri Hiroo, Hashiya Massyasu and Nakahara Ichiro, Stresses and deflections of V—shaped bellows due to internal pressure and axial loads. Trans. ISME, 1966, 32, No. 238, p. 863—874.

77. Miyalri Hiroo, Okamoto, Issu, Nakahara Ichiro and Nakazawa Hajime, Stresses and defactions of V—shaped bellows due to bending moment. Trans. ISME, 1967, 33, No. 248, p. 512—521.

78. Ota Tomoya, Hamada Minoru and Turukawa Mamoru, On the strength of toroidal shells (2nd report, Examples of application of the solutions). Bull. ISME, 1963, 6, N 24, p. 655—665.

79. Reissner E., On axisymmetrical deformations of thin shells of revolution. Proc. symp. appl. meth., 1950, 3, p. 27—52.

80. Shindo Axio, Seguchi Yasuyuki and Yokoto Tiro, Stresses and deflections of welded bellows. Trans. ISME, 1970, 36, No. 283, p. 345—355

81. Takeda Shln'ichiro, Elastomechanical researches on the metallic bellows (beam—theoretical and disc—theoretical considerations). Report Techn. Coll. Hosei Univ., 1963, No. 16, p. 1—27

82. Takenaka T., On the effective area and stiffness of below. Trans. ISME, 1959, 25, No. 149, p. 43—46 (no 80).

83. Trutnowski K., Der metallbalg, ein wichtiges mas chinenelement. Technische rundschau, 1967, 59, No. 8, s. 5—7.

84. Turner C. E. and Ford H., Stress and diflection studies of pipeline expansion bellows. Proc. Inst. mech. engrs., 1957, No. 15, p. 526—550

85. Turner C. E., Stress and deflection studies of flatplate and toroidal expansion bellows, subjected to exial, eccentric or internal pressure loading. T. mech. engng. sci., 1959, 1, No. 2, p. 130—143.

Предисловие . . . . .	3
<b>Глава I. Методы расчета жесткости и напряжений в бесшовных сильфонах . . . . .</b>	<b>5</b>
1. Основные задачи расчета сильфонов . . . . .	5
2. Обзор методов расчета . . . . .	8
3. Численный метод расчета сильфонов . . . . .	12
<b>Глава II. Исследование жесткости и напряжений в бесшовных сильфонах . . . . .</b>	<b>22</b>
4. Исследование изменения толщины стенки вдоль профиля . . . . .	22
5. Исследование жесткости . . . . .	24
6. Напряжения в сильфонах при различных условиях нагружения . . . . .	26
7. Номограммы для расчета и проектирования бесшовных сильфонов . . . . .	33
8. Нелинейность характеристики сильфона . . . . .	61
<b>Глава III. Исследование эффективной площади, изгибной жесткости и устойчивости сильфонов . . . . .</b>	<b>65</b>
9. Эффективная площадь и ее свойства . . . . .	65
10. Изгиб сильфонов . . . . .	74
11. Расчет сильфонов на устойчивость . . . . .	77
12. Влияние монтажных неточностей на эффективную площадь сильфона в условиях силовой компенсации . . . . .	80
<b>Глава IV. Расчет сварных сильфонов . . . . .</b>	<b>86</b>
13. Общие сведения . . . . .	86
14. Расчет сварных сильфонов . . . . .	87
15. Жесткость, нелинейность и эффективная площадь . . . . .	89
16. Исследование напряжений . . . . .	93
17. Номограммы для расчета и проектирования сварных сильфонов . . . . .	98

Глава V. Циклическая прочность и колебания сильфонов	118
18. Циклическая прочность сильфонов при пульсирующих нагрузках	119
19. Циклическая прочность сильфонов при различных схемах работы	121
20. Колебания сильфонов	131
Глава VI. Надежность сильфонов	133
21. Характеристика отказов сильфонов	135
22. Прочностная надежность сильфонов	136
23. Параметрическая надежность сильфонов	147
Приложение. Единичные напряжения для некоторых типоразмеров сильфонов по ГОСТ 11915—72 из сплава 36НХТЮ	150
Список литературы	153

**Сильфоны,  
расчет и проектирование**

**Лидия Евгеньевна Андреева,  
Алла Ивановна Беседа,  
Юлия Александровна Богданова,  
Лидия Николаевна Горячева,  
Гарик Егорович Зверьков,  
Виктор Владимирович Петровский**

**Редактор издательства Л. К. Тучкова  
Технический редактор А. И. Захарова  
Корректор Л. Я. Шабашова  
Обложка художника В. Б. Торгашова**

---

Сдано в набор 29/IV 1975 г. Подписано к печати 14/VII 1975 г. Т-07485. Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага типсграфская № 2. Усл.-печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 9,25. Тираж 7500 экз. Заказ № 693. Цена 46 коп.

---

Издательство «Машиностроение»  
107885 Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3  
Московская типография № 32 Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете Совета Министров  
СССР по делам издательств, полиграфии  
и книжной торговли.  
Москва, К-51, Цветной бульвар, д. 26.